QUINTANA ROO
GOBIERNO DEL ESTADO
2016 • 2022

MÁS Y MEJORES OPORTUNIDADES

COLEGIO DE BACHILLERES

CUADERNILLO DE

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II

IV
SEMESTRE

Nombre: ______________________________

Grupo: ______________________________

Directorio

Dr. Rafael Ignacio Romero Mayo
Director General

Mtra. Yolanda del Rosario Loria Marín
Directora Académica

Lic. Mario Velázquez George
Subdirector Académico

Mtra. Cindy Jazmín Cuellar Ortiz
Jefa del Departamento de Docencia y Apoyo Académico

Elaboración:
Mtro. Gaspar Be Xool, **Docente del Plantel Cancún Cuatro**

Revisión y aprobación:
Dr. Rodolfo Antonio Keb Montero, **Docente del Plantel Chetumal Dos**
Mtra. Jessica Vianey Cortés Talamantes, **Jefa de Materia del Área de Matemáticas**

Diseño de portada:
Lic. Juan Naim Góngora Piña, **Responsable del Área de Comunicación y Difusión**

Avenida Héroes #310 entre Justo Sierra y Bugambilias
Col. Adolfo López Mateos
Chetumal, C.P. 77010, Othón P. Blanco, Quintana Roo

PRESENTACIÓN

Estimada y estimado estudiante:

Me es grato darte la bienvenida al nuevo semestre que estás por iniciar. En la Dirección General del Colegio de Bachilleres de Quintana Roo, somos conscientes de las circunstancias que te rodean y que han afectado al mundo desde hace más de año y medio; por ello, el cuadernillo que ahora posees, es producto de un esfuerzo y trabajo conjuntos entre los docentes y los responsables de las áreas académicas de nuestras oficinas centrales.

Si bien es cierto la pandemia continúa, ello no representa un impedimento para no cumplir con nuestra labor educativa, razón esencial de nuestra gran institución. Por ello, hoy más que nunca, la labor académica es vital para alcanzar nuestro principal objetivo: tu formación escolar que contribuya a consolidar tu proyecto de vida.

El contenido de este *Material didáctico del estudiante*, te permitirá continuar con tu proceso de enseñanza-aprendizaje desde casa. Por supuesto, estarás respaldado por la asesoría y seguimiento de cada uno de tus docentes y autoridades educativas.

Cada una de las personas que laboramos en el Colegio de Bachilleres del Estado de Quintana Roo ponemos lo mejor de nosotros para seguir caminando juntos, aun en la pandemia, generando resiliencia y fortaleciendo las competencias académicas y socioemocionales que nos permitan salir adelante.

Te invito a no bajar la guardia en lo académico y en el cuidado de tu salud. Trabaja intensamente, con compromiso y con responsabilidad; sé responsable y perseverante, ello te llevará al éxito y a cumplir tus metas. Te deseo lo mejor para este semestre que inicia.

Dr. Rafael Ignacio Romero Mayo
Director General

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El presente cuadernillo incluye todos los aprendizajes esperados del programa de estudios de la asignatura de Probabilidad y Estadística II, mismo que plantea la Dirección General del Bachillerato (DGB). Fue diseñado de una forma sencilla incluyendo los conceptos básicos de cada tema acompañados con imágenes que tratan de ayudar a la comprensión de los mismos. Cada tema incluye de dos a tres ejemplos resueltos.

En el bloque I se desarrollan los conceptos básicos de la probabilidad mismos que nos permiten hacer cálculos y predicciones de algún fenómeno de nuestro contexto; hasta la forma de cómo calcular los eventos mutuamente excluyentes y no excluyentes.

En el bloque II se analizan las distintas distribuciones de probabilidad, incluyendo la distribución de Bernoulli y la distribución normal. Se analizan los conceptos básicos que involucran las distribuciones de probabilidad y se explica el uso correcto de las tablas de valores del área bajo la curva.

En el bloque III, se plantean ejemplos prácticos de la probabilidad condicional, el Teorema de Bayes y la distribución de Poisson. Cabe destacar que en cada tema se plantean ejemplos resueltos.

Cada uno de los temas de este cuadernillo contienen una serie de actividades que el alumno deberá desarrollar bajo las listas de cotejo que se incluyen al final.

Evaluación diagnóstica

¿Con qué conocimientos previos cuento?

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: ________________________Turno: __________Fecha: ______________

A). Instrucciones

Subraya la respuesta correcta para cada una de las siguientes preguntas.

a). El menú de un restaurante se compone de plato de entrada fuerte (3 opciones), plato fuerte (5 opciones) y postre (4 opciones), ¿cuántos menús diferentes se pueden formar con todas las opciones del restaurante?

❶12 ❷ 40 ❸ 30 ❹ 60

b). Los salarios anuales de cuatro hombres fueron $52,314; $59,280; $63,028; $415 y $263. Calcular la media aritmética de sus salarios.

❶ $52,314 ❷ $35,060 ❸ $415 ❹ No se puede

c). ¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 bolas negras de una urna que contiene 4 bolas blancas y 7 negras, sin reintegrar la bola extraída?

❶ 0.38 ❷ 0.63 ❸ 0.54 ❹ 0.90

d). ¿Cuál de las siguientes expresiones definen mejor el concepto de conjunto?

❶ Números pequeños ❷ Números naturales menores que 10
❸ Alumnos sobresalientes ❹ Ninguna de las anteriores

e). La probabilidad del suceso A, se obtiene simplemente suponiendo o estimando su valor con base en el conocimiento de las circunstancias relevantes.

❶Probabilidad relativa ❷ Probabilidad clásica

❸ Probabilidad subjetiva ❹ Probabilidad teórica

f). Consiste en el conjunto de todos los posibles resultados individuales de un experimento aleatorio.

❶Experimento ❷Evento ❸ Espacio muestral ❹ Evento compuesto

g). Son los eventos que no pueden ocurrir al mismo tiempo, es uno u otro.

❶ Eventos Independientes ❷ Conjunto ❸ Eventos excluyentes ❹ Eventos no excluyentes

B). Instrucciones

Resuelve correctamente los siguientes incisos del problema.

Préstamos en la Universidad. En una encuesta telefónica de 1000 adultos, se preguntó a los encuestados acerca del gasto de una educación universitaria y la necesidad de alguna forma de ayuda financiera. Los encuestados fueron clasificados de acuerdo con, ***"si en la universidad tenían un hijo" ó*** si pensaban que la carga del préstamo para la mayor parte de los universitarios es ***"demasiado alta" "correcta" ó "muy baja",*** como se indican en la siguiente tabla.

	Demasiado alta (Evento A)	**Correcta (Evento B)**	**Muy Baja (Evento C)**
Hijo en la universidad (Evento D)	0.35	0.08	0.01
Ningún Hijo en la Universidad (Evento E)	0.25	0.20	0.11

A) ¿Cuál es la probabilidad de que el encuestado tenga un hijo en la universidad?
B) ¿Cuál es la probabilidad de que el encuestado no tenga un hijo en la universidad?
C) ¿Cuál es la probabilidad de que el encuestado tenga un hijo en la universidad o piense que la carga del préstamo es demasiado alta?

BLOQUE 1
PROBABILIDAD

ACTIVIDAD 1

Aprendizajes esperados:

Demuestra de manera responsable el uso de los elementos probabilísticos en situaciones reales e hipotéticas de la vida cotidiana.

Atributos:

6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. ***5.2*** Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. **7.1** Define metas y da seguimiento a su proceso de construcción del conocimiento.

Conocimientos

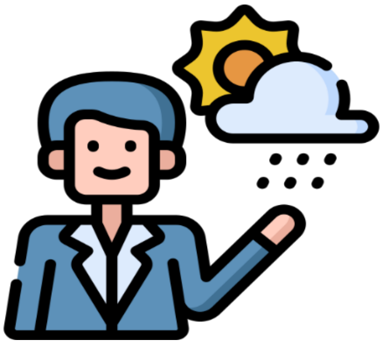
1.1 Enfoques y elementos de la probabilidad. 1.2 Conjuntos. **1.3** Técnicas de conteo. **1.4** Eventos

1.1 Enfoques y elementos de probabilidad

Lectura Previa

La probabilidad es la rama de las matemáticas que estudia la posibilidad de ocurrencia de fenómenos que suceden en nuestro contexto de la vida cotidiana.

Los valores de probabilidad siempre se asignan en una escala de 0 a 1. Por ejemplo, si se considera el evento "lluvia para mañana", se entiende que cuando el informe del clima indica "una probabilidad de lluvia casi nula", significa que la posibilidad de lluvia es muy baja. Sin embargo, si se informa una probabilidad de 0.90 de que llueva, es probable que llueva. Una medida de 0.50 indica que la probabilidad de que llueva es igual a la de que no llueva. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)



Fuente: https://www.flaticon.es

De acuerdo a (Lind, Marchal, & Whaten, 2008) "En el estudio de la probabilidad se utilizan tres palabras clave: ***experimento, resultado y evento***. Dichos términos son empleados en el lenguaje de la vida diaria, pero en estadística adquieren significados específicos" (pág. 146)

Experimento aleatorio: es la reproducción controlada de un fenómeno, existiendo incertidumbre sobre el resultado que se obtendrá. Un ejemplo simple de experimento aleatorio es el lanzamiento de una moneda al aire. En tal experimento sólo hay dos resultados posibles: ***sol o águila.***

Fuente: https://es.123rf.com/

En el contexto de la probabilidad, un experimento es definido como un proceso que genera resultados definidos. Y en cada una de las repeticiones del experimento, habrá uno y sólo uno de los posibles resultados experimentales. A continuación, se dan varios ejemplos de experimentos con sus correspondientes resultados (Anderson et al.,2012).

Experimento determinista. Estos producen resultados conocidos y predecibles, siempre que las condiciones del experimento sean controlables (que podamos repetirlo en las mismas condiciones)

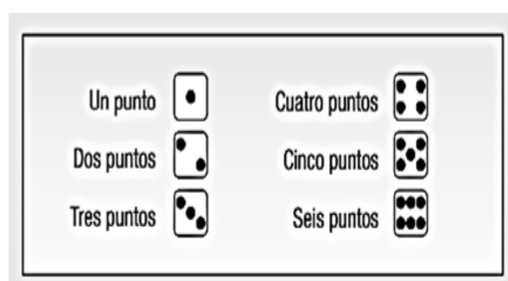
Experimento	Resultado experimental
Tomar una pieza para inspeccionarla	Con defecto, sin defecto
Realizar una llamada de ventas	Hay compra, no hay compra
Lanzar un dado	1,2,3,4,5,6
Jugar un partido de futbol	Ganar, perder, empatar

Fuente: https://es.123rf.com/

Por ejemplo, si se lanza un paracaidista desde un avión, lo más seguro es que caiga al suelo por el efecto de la gravedad.

Evento. Es uno o más de los posibles resultados de hacer algo. Al lanzar una moneda al aire, si cae sol es un evento, y si cae águila es otro. De manera análoga, si sacamos una carta de un mazo de naipes, el tomar el as de espadas es un evento.

Espacio muestral. Es una lista de todos los posibles resultados del experimento a considerar. Cuando se usa este método, el espacio muestral debe contener puntos muestrales igualmente probables. Por ejemplo, al lanzar un dado el espacio muestral es la imagen de la derecha.



Fuente: https://www.freepng.es

Probabilidad subjetiva.

Está basado de acuerdo a las circunstancias del contexto, se cuenta con poca o ninguna experiencia. En esencia, esto significa que un individuo evalúa las opiniones e información disponibles y luego calcula o asigna la probabilidad. Por ejemplo, cuando se trata de estimar la probabilidad de que mañana llueva, los meteorólogos usan su conocimiento experto de las condiciones del tiempo para desarrollar un estimado de la probabilidad.

Probabilidad de frecuencia relativa.

Se basa en el número de veces que ocurre el evento como proporción del número de intentos conocidos. Por ejemplo, cuando se trata de determinar la probabilidad de que una tachuela caiga con la punta hacia arriba, debemos repetir muchas veces el procedimiento de lanzar la tachuela y después calcular el cociente del número de veces que la tachuela cae con la punta hacia arriba entre el número de lanzamientos.

Fuente: https://www.freepng.es

En términos de fórmula se representa como:

$$\textit{Probabilidad frecuencias relativas} = \frac{\textit{Número de veces que el evento ocurre}}{\textit{Número total de observaciones}}$$

Probabilidad clásica. Parte del supuesto de que los resultados de un experimento son igualmente posibles. De acuerdo con el punto de vista clásico, la probabilidad de un evento que se está llevando a cabo se calcula dividiendo el número de resultados favorables entre el número de posibles resultados. Por ejemplo, cuando se trata de determinar la probabilidad de sacar un 4 al lanzar un dado, cada una de las seis caras tiene la misma probabilidad de ocurrir, es decir, se tiene: $p\ (4) = \frac{1}{6}$

Fuente: https://es.123rf.com/

En términos de fórmula se representa como:

$$\textit{Probabilidad de un evento} = \frac{\textit{Número de resultados favorables}}{\textit{Número total de posibles resultados}}$$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para un mejor análisis de los conceptos https://www.youtube.com/watch?v=tQh29_Noo9w

Ejemplo 1

Usted planea apostar al número 13 en el próximo giro de una ruleta. ¿Cuál es la probabilidad de que pierda?

Solución: Una ruleta tiene 38 ranuras distintas y sólo una corresponde al número 13. La ruleta se diseñó de manera que las 38 ranuras sean igualmente probables de resultar. De las 38 ranuras, 37 resultan en una pérdida. Ya que el espacio muestral incluye resultados igualmente probables.[1]

En términos de fórmula se representa como:

$$P(Pérdida) = \frac{37}{38} = 0.97 \text{ o } 97\%$$

Fuente: https://es.vecteezy.com

Ejemplo 2

Fuente: https://es.dreamstime.com

El jugador de béisbol Barry Bonds rompió un récord importante cuando dio 73 jonrones en la temporada 2001. Durante esa temporada, estuvo al bate 476 veces. Si se selecciona al azar una de las ocasiones que estuvo al bate, calcule la probabilidad de que sea una de las veces que pegó un jonrón.

Solución:

$$Probabilidad\ jonrón\ exitoso = \frac{Número\ de\ jonrones\ exitosos}{Número\ total\ al\ bat}$$

En términos de fórmula se representa como:

$$P(Jonrón) = \frac{73}{476} = 0.154 \text{ o } 15.4\ \%$$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de probabilidad https://www.youtube.com/watch?v=qs_UCrZ7fZA

[1] *Triola, Mario. Estadística, México, Pearson. 2004. pág 128*

ACTIVIDAD 1

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: _________________________Turno: __________Fecha: _______________

A). Instrucciones

1. Analiza cada uno de las siguientes situaciones o ejemplos y relaciona según corresponda con los conceptos de la derecha.
2. Esta actividad se realiza en la libreta de apuntes, no olvides colocar tus datos en la parte superior. Espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

Situación o ejemplo	Conceptos
1.Extraer una bola en un sorteo de lotería.	( ) Experimento
2.Calcular el área de un terreno de 50m de ancho y 70m de largo.	( ) Evento
3.En una urna se tienen 3 canicas rojas, 2 verdes, y 5 amarillas. Éstas se representan por su inicial de la siguiente manera: (r, r, r, v,v,a,a,a,a,a).	( ) Probabilidad subjetiva
4.Sacar en el lanzamiento de un dado un número impar.	( ) Espacio muestral
5. La abuela de un bebé que está por nacer asegura que el futuro bebé será una niña y no un niño, ella se basa en los antojos de la madre, la forma del estómago y otras características que ella ha podido observar durante el embarazo.	( ) Experimento determinista ( ) Probabilidad clásica

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 1

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: ______________________________Turno: ___________Fecha: _________________

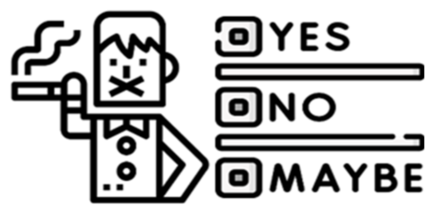
B). Instrucciones

1. Lee cada uno de los siguientes ejercicios y resuélvelos en tu libreta de apuntes utilizando el planteamiento correcto.
2. No olvides colocar tus datos en la parte superior, espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

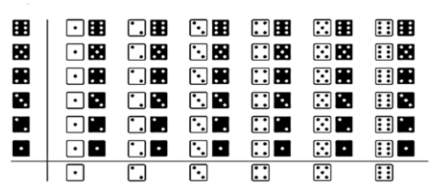
Ejercicios de aplicación del concepto de probabilidad.

1.Llegadas de vuelo a tiempo. **Un estudio de 150 vuelos de American Airlines, seleccionados aleatoriamente, mostró que 108 llegaron a tiempo (según datos del Departamento del Transporte de Estados Unidos).** ***a) ¿Cuál es la probabilidad estimada de que un vuelo de American Airlines llegue retrasado?***

2. Tabaquismo. **En una encuesta rápida, se interrogó a 1038 adultos acerca de los efectos del tabaquismo pasivo; 52 de ellos indicaron que tales efectos “no son dañinos en absoluto”. a) Si usted selecciona al azar a uno de los adultos que se encuestaron,** ***¿cuál es la probabilidad de seleccionar a alguien que opine que ser fumador pasivo no es dañino en absoluto?***



3.Lanzamiento de dados. **La imagen de la derecha representa el espacio muestral del lanzamiento de dos** dados. ***a) Encuentra la probabilidad de que al caer los dados la suma de sus puntos sea un número mayor a 5.***



4. Hospital de niños. **En un grupo típico, hay 205 bebés recién nacidos y 105 de ellos son niños. Si un bebé del grupo es seleccionado al azar,** ***¿cuál es la probabilidad de que el bebé sea niño?***

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 1

ACTIVIDAD 2

Aprendizajes esperados:

Construye de manera colaborativa gráficas para el análisis con datos de situaciones que suceden en su contexto.

Atributos:

6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. ***5.2*** Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. **7.1** Define metas y da seguimiento a su proceso de construcción del conocimiento.

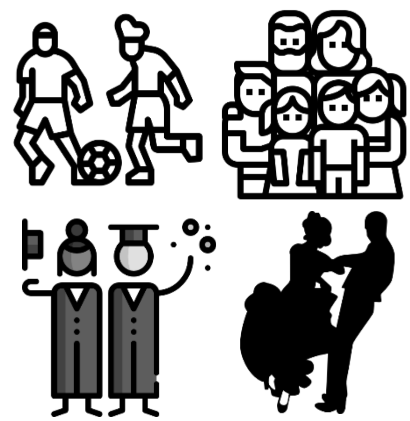
Conocimientos

1.1 Enfoques y elementos de la probabilidad. **1.2 Conjuntos. 1.3** Técnicas de conteo. **1.4** Eventos

1.2 Conjuntos

Lectura Previa

Un conjunto es una colección de objetos que tienen una característica bien definida. Esos objetos reciben el nombre de elementos de dicho conjunto. Algunos ejemplos de pueden ser los siguientes:



Fuente: https://www.flaticon.es

Los miembros de un club de fútbol
Los integrantes de una familia
Los alumnos graduados del colegio de bachilleres
Los bailarines de un selectivo
En la vida diaria nuestra mente organiza de manera inconsciente los objetos en conjuntos. (Cuellar, 2010, pág. 1)

Notación de conjuntos.

Para representar los conjuntos se utilizan las letras mayúsculas del alfabeto, mientras que para simbolizar sus elementos se usan las minúsculas. Cuando se quiere indicar que un objeto $\boldsymbol{a}$ es un elemento del conjunto $\boldsymbol{A}$, se utiliza la noción $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A}$. Esta notación se lee como:

*El objeto **a** pertenece al conjunto **A**.*

Un conjunto que incluya a todos los elementos de interés es conocido como conjunto universal, el cual tiene a ***"U"*** como símbolo; por ejemplo, si el conjunto universal que se define es el de los números naturales, éste se representaría como: $\boldsymbol{U} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9 \dots\}$

Un ***subconjunto*** es una colección de elementos que pertenecen al conjunto universal, o bien, a otro conjunto; así, si un conjunto **A**, es un subconjunto del conjunto universal $\boldsymbol{U}$, esta relación se expresa en simbolos como, $\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{U}$. Al conjunto que carece de elementos se le llama ***conjunto vacío*** y se representa con el símbolo, $\emptyset$.

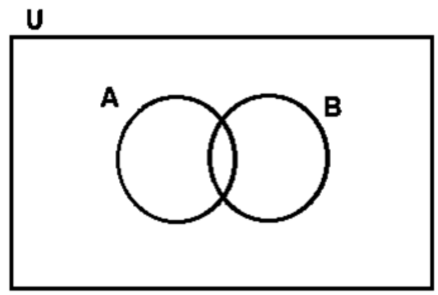
John Venn Euler

Miembro de una familia piadosa, a los veinticinco años se ordenó sacerdote y desde 1862 ejerció la docencia como profesor de lógica y filosofía de la ciencia en Cambridge, donde residiría hasta su fallecimiento. Hacia 1883, sin embargo, abandonó el sacerdocio por considerar incompatible el anglicanismo con sus creencias filosóficas.

Es considerado uno de los creadores de la lógica matemática, John Venn, destacó por sus investigaciones en lógica inductiva. Es especialmente conocido por su método de representación gráfica de proposiciones. Los diagramas de Venn permiten mostrar visualmente las operaciones más elementales de la teoría de conjuntos.

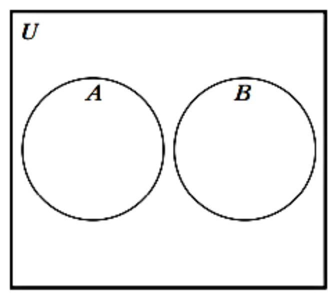
Diagrama de Venn-Euler

Consisten en figuras planas cerradas por medio de las cuales se representan gráficamente las relaciones y operaciones entre conjuntos. Por lo general, el conjunto universo se representa por el conjunto de todos los puntos interiores de un rectángulo y sus subconjuntos, por círculos incluidos en ese rectángulo. (Cuellar, 2010, pág. 15)

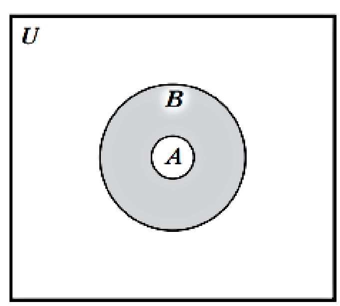


El conjunto universal se representa con U y las circunferencias para los subconjuntos se representan como A y B.

Por ejemplo, sean **A y B** dos conjuntos ajenos o disjuntos entre sí, entonces su diagrama es:

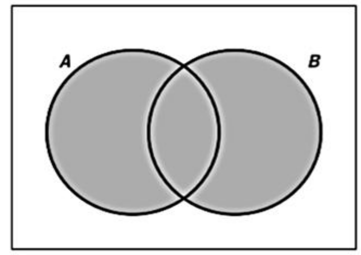


En el diagrama de abajo se observa de que **A y B** son subconjuntos del conjunto universal **U, y A** es un subconjunto de **B. En símbolos es:** $A \subset B$ **y** $A \neq B$



Operaciones con conjuntos

Unión de conjuntos. La unión de 2 conjuntos A y B es el conjunto que contiene todos los elementos que pertenecen al conjunto A, al B, o ambos, como se muestra en la gráfica a). La unión de conjuntos se simboliza de la siguiente forma: $A \cup B, o\ también\ A + B, y\ se\ lee\ A$ ó B. El conjunto $A \cup B$, representa todos los elementos contenidos en los conjuntos **A** y **B.** (Banegas, 2012, pág. 79)



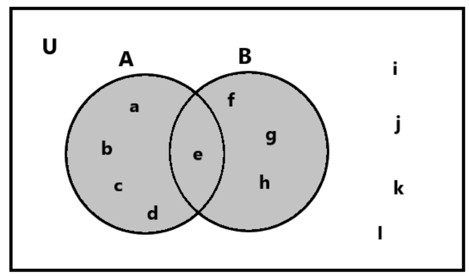
a) Unión de conjuntos

Ejemplo 1

Sea $\boldsymbol{U = \{a, b, c, d, e\ , f, g, h, i, j, k, l\}}$, el conjunto universal, $el\ conjunto\ \boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a, b, c, d, e}\}$ y el conjunto $\boldsymbol{B} = \{\ \boldsymbol{e, f, g, h}\}$, determina la unión $\boldsymbol{A \cup B}$.

Solución. La unión de $\boldsymbol{A \cup B}$, son todos los elementos que le corresponden al conjunto A y al conjunto B.

$\boldsymbol{A \cup\ B = \{a, b, c, d, e\ , f, g, h\}}$. En diagrama de Venn se representa como la figura 1)



1) Diagrama de unión A U B

Ejemplo 2

Sea el conjunto universal **U,** los números naturales y los conjuntos:

A = Números pares menores que 20

B = Naturales múltiplos de 4, menores que 40

$\mathbf{U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\ , 7, 8\ , 9, 10, 11, 12, 13\ ...\ \}.}$

$\mathbf{A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}}$

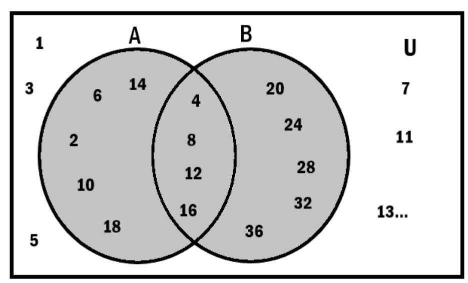
$\mathbf{B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}}$

Encontrar la intersección de los conjuntos **A ∪ B** y representar el diagrama de Venn.

Solución: Los números comunes tanto en A como en B, son:

$\mathbf{A\ \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 24, 28, 32, 36\},}$

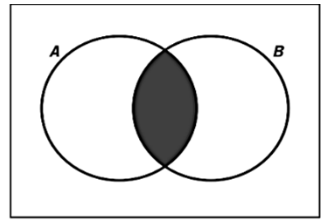
el diagrama de Venn se muestra en la imagen 2)



2) Unión de conjuntos A U B

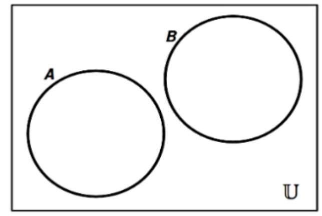
Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de unión de conjuntos https://www.youtube.com/watch?v=gFFA-tNh77w

Intersección de conjuntos. Sean dos conjuntos A y B cualesquiera. La intersección, de los conjuntos **A y B, A ∩ B,** es el conjunto de los elementos que están en A y también en B. En la figura b) se muestra el diagrama de Venn para representar gráficamente la intersección de conjuntos. El símbolo que se utiliza para la intersección es: **∩.** (Banegas, 2012, pág. 79)



b) Intersección de conjuntos

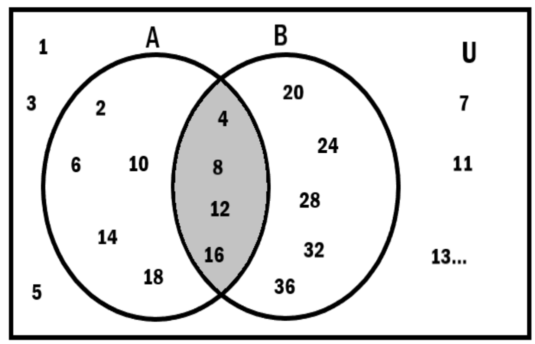
En ocasiones se presentan conjuntos que no tienen elementos en común y se dice que son disjuntos o mutuamente excluyentes. Estos se representan de la siguiente forma:
$A \cap B = \emptyset$, y se representan como la gráfica del c).



c) Conjuntos disjuntos

Ejemplo # 1

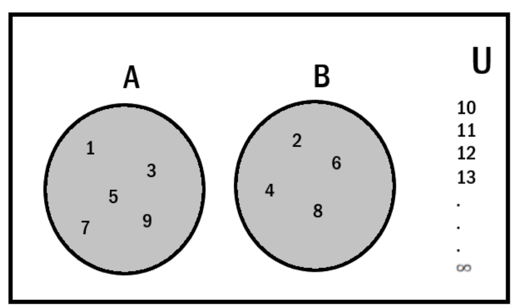
Sea el conjunto universal **U,** los números naturales y los conjuntos:
$A =$ Números pares menores que 20
$B =$ Naturales múltiplos de 4, menores que 40
$\mathbf{U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \ldots\}.}$
$\mathbf{A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}}$
$\mathbf{B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}}$
Encontrar la intersección de los conjuntos $\mathbf{A \cap B}$ y representar el diagrama de Venn.
Solución: Los números comunes tanto en A como en B, son: $\mathbf{A \cap B = \{4, 8, 12, 16\}},$ el diagrama de Venn se muestra en la imagen 3)



3) Intersección $A \cap B$

Ejemplo # 2

Si **U** es el conjunto de los números naturales, y los conjuntos:
$\boldsymbol{A = \{1, 3, 5, 7, 9\}\ y\ B = \{2, 4, 6, 8\}}$
Encuentra la intersección $\mathbf{A \cap B}$.
Solución.
$\boldsymbol{A \cap B} = \emptyset$. En este caso se observa que no hay elementos comunes. El diagrama de Venn se presenta en la imagen 4)

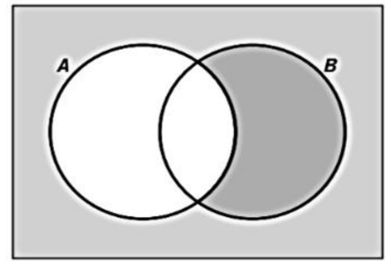


4) Intersección $A \cap B = \emptyset$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de intersección de conjuntos https://www.youtube.com/watch?v=2OSlnP8Ki6k

Complemento de un conjunto.

El complemento de un conjunto A es el conjunto de todos los elementos del universo que no están en A. En otras palabras, son todos los elementos que faltan a A para ser U. Entonces $A^c = U - A$. En la figura d) se presenta gráficamente el complemento de conjuntos. (Banegas, 2012, pág. 80)



d) Complemento de conjuntos

Ejemplo 1

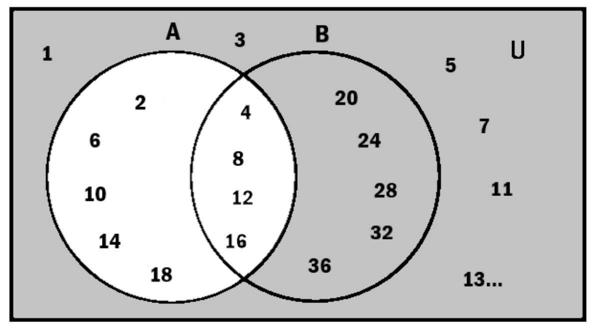
Sea el conjunto universal **U,** los números naturales y los conjuntos:

$A =$ Números pares menores que 20
$B =$ Naturales múltiplos de 4, menores que 40
$\mathbf{U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\ , 7, 8\ , 9, 10, 11, 12, 13 \ldots\}.}$
$\mathbf{A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}}$
$\mathbf{B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}}$

Encontrar el complemento de $\boldsymbol{A^C}$ y representar el diagrama de Venn.

Solución: El complemento de $\boldsymbol{A^C}$, son todos los valores que no se encuentran en A.

$\boldsymbol{A^C} = \{\mathbf{20, 24, 28, 32, 36, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 \ldots}\}$ el diagrama de Venn se muestra en la imagen 5)



5) Complemento : A^C

Ejemplo 2

Sea el conjunto universal "**U**" de polígonos regulares de hasta 7 lados y el subconjunto **D,** poligonos regulares de número de lados par. Calcular y representar gráficamente al conjunto $\mathbf{D^C}$

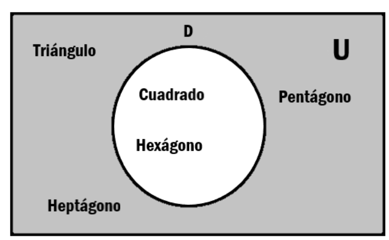
Solución.

$\boldsymbol{U = \{Triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono\}}$

$\boldsymbol{D = \{Cuadrado, hexágono\ \},}$

Los elementos que no están en **D,** son:

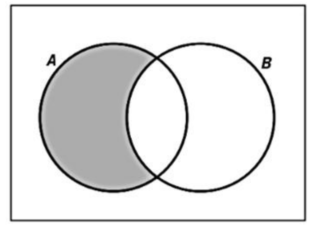
$\boldsymbol{D^C = \{Triángulo\ , heptágono, pentágono\},}$ gráficamente se muestra en la imagen 6)



6) Complemento : D^C

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de complementos
https://www.youtube.com/watch?v=2JzZr7YUbdY

Diferencia de conjuntos. La diferencia de **A y B,** para cualesquiera conjuntos, es el conjunto de todos los elementos que están en A, pero no en **B**, es decir, son los elementos que exclusivamente pertenecen a **A**. Se simboliza como **A − B** y el diagrama de Venn correspondiente se presenta en la figura e).

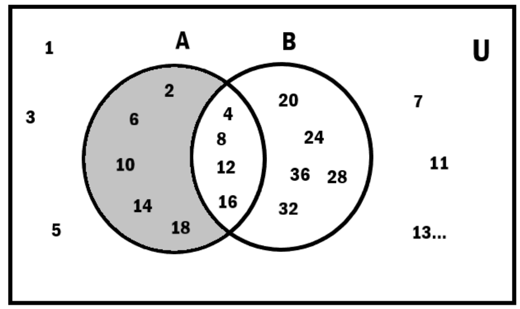


e) Diferencia A - B

Ejemplo 1

Sea el conjunto universal **U,** los números naturales y los conjuntos, encontrar la diferencia de conjuntos.[2]

a) $\boldsymbol{A-B}$
A = Números pares menores que 20
B = Naturales múltiplos de 4, menores que 40
$\mathbf{U=\{1,2,3,4,5,6\ ,7,8\ ,9,10,11,12,13\ \ldots\}}$.
$\mathbf{A=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18\}}$
$\mathbf{B=\{4,8,12,16,20,24,28,32,36\}}$
Solución:
a) $\boldsymbol{A-B}$. Al restar los elementos de B en A se tiene:
A-B= $\{\mathbf{2,6,10,14,18}\}$, como se muestra en la imagen 7)

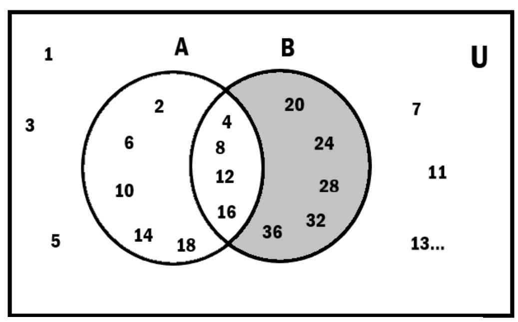


7) Diferencia A - B

Ejemplo 2

De los datos del ejemplo 1, encontrar la diferencia de conjuntos **b) B - A**

Solución:
a) $\boldsymbol{B-A}$. Al restar los elementos de A en B se tiene:
B - A= $\{\mathbf{20,24,28,32,36}\}$, como se muestra en la imagen 8)



8) Diferencia B - A

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de diferencia de conjuntos https://www.youtube.com/watch?v=HycTCvOlTo0

[2] (Ruiz & Ruiz, 2007, pág. 44)

ACTIVIDAD 2

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: _________________________Turno: __________Fecha: _______________

A). Instrucciones

1. Lee cada uno de los siguientes ejercicios y resuélvelos en tu libreta de apuntes utilizando el planteamiento correcto de operaciones con conjuntos, realiza el diagrama de Venn.
2. No olvides colocar tus datos en la parte superior, espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

A). Ejercicios de conjuntos

1. Sean los siguientes conjuntos:

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

$A = \{Números\ pares\}$

$B = \{Números\ impares\}$

$C = Números\ primos$

$D = \{Números\ múltiplos\ de\ 3\}$

$E = \{Números\ múltiplos\ de\ 5\}$

Determina lo siguiente:

a) Los elementos de cada conjunto

b) $B \cup E$

c) A^c

d) $B \cap C$

e) $B - D$

Evaluación

ATENCIÓN

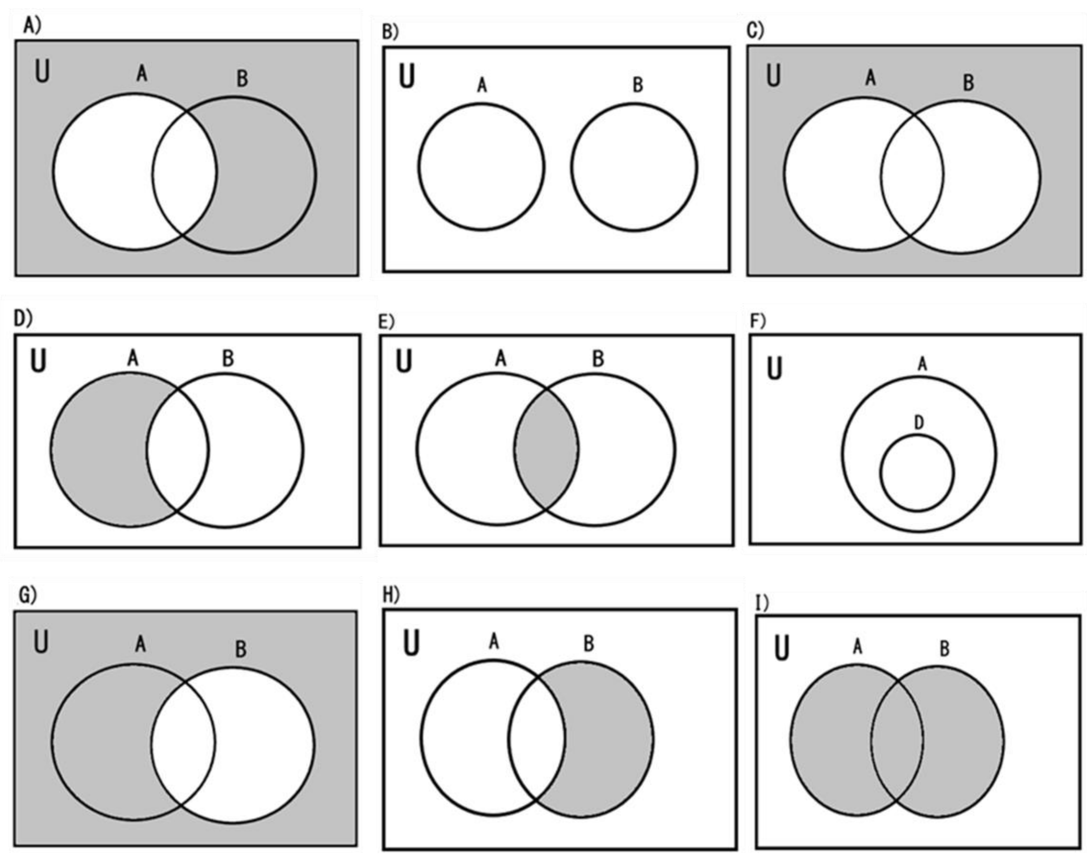
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 2

B). Instrucciones

1. Relaciona cada conjunto con su diagrama correspondiente, se realiza en la libreta o puedes resolver directamente.
2. No olvides colocar tus datos en la parte superior, espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

B). Determina el diagrama de Venn que corresponde a cada conjunto

1. ( ) $A - B$	**4.** ( ) $A \cap B = \emptyset$	**7.** ( ) B^c
2. ( ) A^c	**5.** ( ) $A \cap B$	**8.** ( ) $D \subset A$
3. ( ) $A \cup B$	**6.** ( ) $B - A$	**9.** ( ) $(A \cup B)^c$



Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 2

ACTIVIDAD 3

Aprendizajes esperados:

Aplica las diferentes técnicas de conteo en el análisis de situaciones para la toma responsable de decisiones.

Atributos:

6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. **5.2** Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. **7.1** Define metas y da seguimiento a su proceso de construcción del conocimiento.

Conocimientos

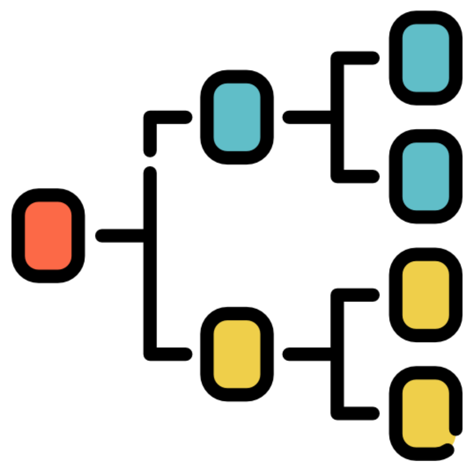
1.1 Enfoques y elementos de la probabilidad. **1.2** Conjuntos. **1.3 Técnicas de conteo. 1.4** Eventos

1.3 Técnicas de conteo

Lectura Previa

Diagrama de árbol.

Es un método sistemático de enumeración de los posibles resultados, se puede desarrollar fácilmente y proporciona en forma gráfica la manera más sencilla para desarrollar una lista de resultados. Para su construcción se partirá colocando una rama para cada una de las posibilidades, acompañada de su probabilidad.

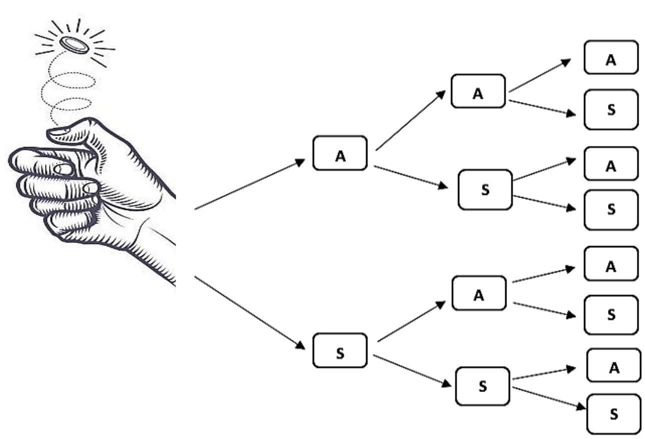


Fuente: https://www.flaticon.es

Ejemplo 1

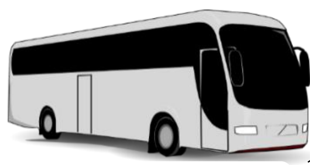
Se lanza una moneda tres veces. ¿De cuantas maneras pueden obtenerse 2 águilas y un sol?

Solución. De acuerdo al diagrama de árbol existen 8 ternas de las cuales hay tres maneras diferentes de obtener dos águilas y un sol. $S = \left\{ \begin{matrix} AAA, \boldsymbol{AAS}, \boldsymbol{ASA}, ASS \\ \boldsymbol{SAA}, SAS, SSA, SSS \end{matrix} \right\}$

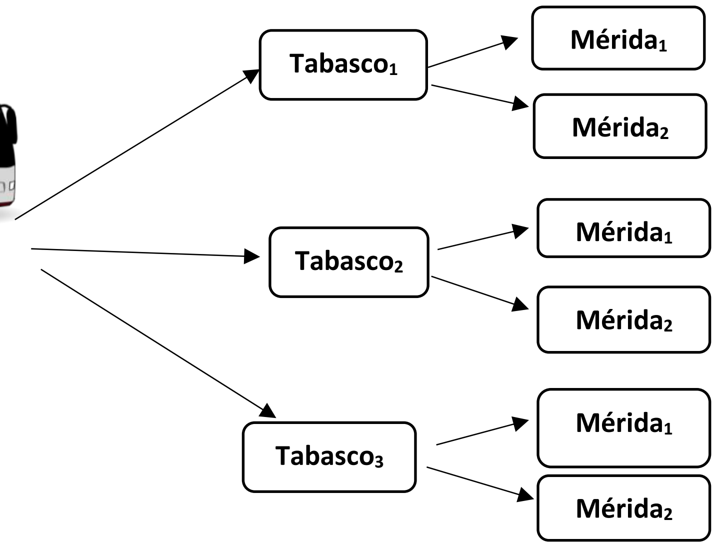


Ejemplo 2

Para viajar de la ciudad de México al estado de Tabasco existen tres caminos, y para viajar de Tabasco a la ciudad de Mérida hay dos. ¿De cuántas formas se puede viajar de la Ciudad de México a Mérida?



Ciudad de México



Solución: Como se puede observar en el diagrama de árbol de la derecha, existen 6 maneras de viajar de la Ciudad de México a Mérida.

Permutaciones

Una **permutación** es un arreglo de todos los elementos de un conjunto, o de una parte de ellos, en el que importa el orden. Para encontrar el número de permutaciones de n objetos diferentes en grupos de r elementos, donde no se permite el reemplazo o la repetición, se ocupa la formula siguiente:

$\boldsymbol{nPr} = \frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r})!}$; donde***: n = Total de datos, r= Muestra de los datos y ! = Factorial de un número.***

El factorial de un número corresponde a multiplicar un número por su inmediato inferior hasta llegar a uno. Por ejemplo:

8! = (8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 40320

Ejemplo 1

1. Realiza las operaciones siguientes de ***factorial:***

a) 4! = (4)(3)(2)(1) =24 b) (7-1)!= (6)(5)(4)(3)(2)(1) = 720 c) 5!= (5)(4)(3)(2)(1) = 120

2. ¿De cuántas maneras se pueden formar en fila 9 estudiantes?

9! = (9)(8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 362880

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de permutación
https://www.youtube.com/watch?v=BKHBESHjGEA

Ejemplo 2

Ejercicios de permutación

a) ¿De cuántas formas pueden permutarse los colores azul, blanco y rojo si los vamos a agrupar de 2 en 2?

Solución:

Datos: n= 3, r= 2 $\quad \mathbf{nPr} = \frac{n!}{(n-r)!} = \quad \mathbf{3P2} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{(3)(2)(1)}{(1)} = \frac{6}{1} = \mathbf{6}$

Ejercicios de permutación

b) ¿Cuántas palabras de cuatro letras pueden formarse con las letras A, B, C, D, E y F?

Solución:

Como nos importa el orden, entonces utilizamos permutaciones tomando r = 4, de modo que sustituyendo valores en la fórmula de permutaciones se obtiene:

$$\mathbf{nPr} = \frac{n!}{(n-r)!} = \mathbf{6P4} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(2)(1)} = \frac{720}{2} = \mathbf{360}$$

Ejercicios de permutación

c) ¿De cuántas formas pueden permutarse 7 compañeros de estudio si se van a agrupar de 3 en 3?

Solución:

Como nos importa el orden, entonces utilizamos permutaciones tomando r = 3, de modo que sustituyendo valores en la fórmula de permutaciones se obtiene:

$$\mathbf{nPr} = \frac{n!}{(n-r)!} = \mathbf{7P3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(4)(3)(2)(1)} = \frac{5040}{24} = \mathbf{210}$$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de permutación https://www.youtube.com/watch?v=3svszuOz368

Combinaciones

Al número de ordenaciones o combinaciones de n objetos, tomados r a la vez, en donde el orden no se toma en cuenta, se determina mediante: $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$; donde : ***n = total de datos, r= muestra de los datos, C= combinación, ! = Factorial de un número.***

Ejemplo 1

Realiza los siguientes ejercicios de **combinaciones**

En un recipiente se encuentran 4 objetos rojos y 5 verdes. Si se extrae una muestra de tamaño 4, ¿cuántas muestras de tamaño 4 se pueden obtener?

Solución:

Se tiene un total de 9 objetos de los cuales se toman 4 a la vez, esto es, n=9 y r = 4. Se trata de un problema de combinaciones. Sustituyendo estos valores en la expresión se tiene:

$$\text{nCr} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = 9C4 = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9!}{4!5!} = = \frac{362880}{2880} = 126\ muestras$$

Ejemplo 2


Fuente: https://es.dreamstime.com

En un club de 12 artistas de teatro se desea seleccionar un comité de 5 personas. ¿ De cuantos modos puede seleccionarse este comité?

Solución:

Se tiene un total de 12 objetos de los cuales se toman 5 a la vez, esto es, n=12 y r =5. Se trata de un problema de combinaciones. Sustituyendo estos valores en la expresión se tiene:

$$\text{nCr} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = 12C5 = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12!}{5!7!} = = \frac{479001600}{604800} = 792$$

Por lo tanto existen 792 formas de elegir el comité de 5 personas seleccionadas de un grupo de 12.

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de combinación https://www.youtube.com/watch?v=k8etJmnDrYc

Principio multiplicativo

Si deseamos realizar una actividad que consta de r pasos, en donde el primer paso puede hacerse de n_1 maneras o formas, el segundo paso puede hacerse de n_2 maneras o formas y el *r-ésimo* paso puede hacerse de n_r maneras o formas, entonces el principio multiplicativo se menciona con la siguiente fórmula: $(n_1)(n_2)\ldots(n_r)$ ***maneras o formas***

Ejemplo 1

Un urbanista ofrece a los interesados en la compra de una casa, la posibilidad de seleccionar el estilo de la fachada entre los 4 siguientes: modernista, rústico, colonial y tradicional; el tamaño de la casa en 3: una sola planta, dos pisos o en desniveles. ¿De cuántas maneras diferentes puede un comprador seleccionar una de estas casas?

Fuente: https://www.flaticon.es

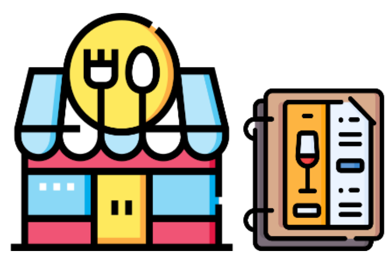
Solución

El primer evento "estilos" ocurre de $n_1 = 4$ maneras diferentes; el segundo evento "plantas" ocurre de $n_2 = 3$ maneras diferentes. Sustituyendo en la fórmula del principio multiplicativo se tiene:

$$\textbf{\textit{Total de maneras diferentes}} = (n_1)(n_2) = (4)(3) = 12\ \textbf{\textit{formas}}$$

Ejemplo 2

Un restaurante cuenta con un menú que ofrece tres entradas distintas, cinco platos fuertes, dos postres y tres diferentes sabores de bebidas. ¿De cuántas formas distintas puede servirse el menú?



Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

El primer evento son el de las entradas, puede hacerse de tres formas, el segundo paso que es del plato fuerte de 5 formas, el tercer paso que es el postre de 2 formas y por último las bebidas de 3 formas. Por lo tanto se tiene:

$$\textbf{\textit{Total de maneras diferentes}} = (n_1)(n_2)(n_3)(n_4) = (3)(5)(2)(3) = 90\ \textbf{\textit{formas}}$$

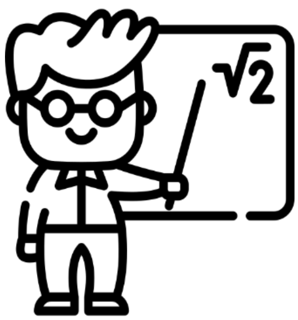
Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos del principio multiplicativo https://www.youtube.com/watch?v=ym7ZYp2KT7I

Principio Aditivo

Si una situación puede ocurrir de **m** maneras diferentes y otra de **k** maneras diferentes, las cuales son incompatibles. Entonces existen m + k maneras en las cuales puede ocurrir la primera o la segunda, mas no ambas. Matemáticamente se expresa así:

$$\boldsymbol{M + N + \cdots + K\ maneras\ o\ formas}$$

Ejemplo 1



Fuente: https://www.flaticon.es

Un docente del Bachilleres Plantel Cancún 4, desea comprar un libro de texto. Al asistir a la librería, observa que en la estantería hay 120 libros de Matemáticas II, 180 de Matemáticas IV, y 28 de Probabilidad y Estadística II. ¿Cuántas opciones se tiene para elegir un libro?

Solución:

Utilizando la fórmula $\boldsymbol{M + N + \cdots + K, se\ tiene}$:

120 + 180 + 28 = 328, por lo tanto se tiene **328** formas para elegir un libro.

Ejemplo 2

Fuente: https://www.flaticon.es

Un alumno después de terminar sus clases no está seguro en cómo regresar a su casa y se plantea lo siguiente: si le hablo a mi papá, me puede pasar a recoger en su auto. Si le pido un aventón a mi compañero Jorge, me puede llevar en su moto. Si espero algún transporte, me puedo ir en taxi, en camión o la combi. ¿Cuántas opciones tiene el alumno para ir del colegio a su casa?

Solución.

Papá en su auto = 1 forma, compañero en su moto: 1 forma, algún transporte público: taxi, camión o combi: 3 formas. Utilizando la fórmula $\boldsymbol{M + N + \cdots + K, se\ tiene}$: **1 + 1 + 3 = 5** formas posibles para regresar a su casa

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos del principio aditivo https://www.youtube.com/watch?v=k9c5-Aikl9E

ACTIVIDAD 3

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

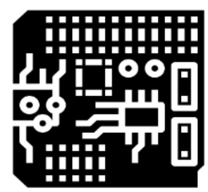
Nombre del docente: ______________________________Turno: ___________Fecha: _________________

A). Instrucciones

1. Lee cada uno de los siguientes ejercicios y resuélvelos en tu libreta de apuntes utilizando el planteamiento correcto de las técnicas de conteo.
2. Coloca tus datos en la parte superior y espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

Ejercicios de permutación y factorial

a). Una tarjeta de circuito impreso tiene 8 posiciones diferentes en las que puede colocarse un componente. Si se van a colocar cuatro componentes distintos sobre la tarjeta, ¿cuál es el número posible de diseños diferentes?



b). Relaciona el resultado que corresponda a cada operación de factorial.

❶ $(5-3)! =$	( ) 20
❷ $6! - 4! =$	( ) 4
❸ $(2+3)! =$	( ) 696
❹ $\frac{5!}{3!} =$	( ) 2
❺ $\frac{4!}{6} =$	( ) 120

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 3

Ejercicio de combinación

c) Un grupo de 5 alumnos del bachiller plantel Cancún cuatro asistirán a un concurso de conocimientos en la ciudad de Playa del Carmen.

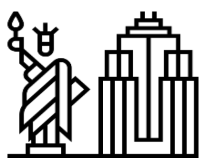
1. ¿De cuántas maneras puede escogerse el grupo si hay 12 estudiantes elegibles?
2. ¿De cuántas maneras si dos de los estudiantes no pueden asistir al mismo tiempo?

Fuente: https://www.flaticon.es

Ejercicio principio multiplicativo

d) Un turista tiene planeado visitar tres ciudades, suponiendo que de la ciudad A, a la ciudad B, se puede ir mediante 2 autobuses y tres trenes. De la ciudad B a la ciudad C, se puede ir mediante 2 barcos, 2 trenes y 3 aviones. ¿De cuántas formas se puede ir de la ciudad A, a la ciudad C, pasando por B?

Ciudad A

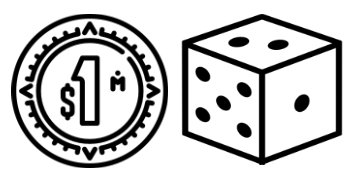


Ciudad B

Ciudad C

Ejercicio principio aditivo

e) ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al lanzar una moneda y un dado?



Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 3

ACTIVIDAD 4

Aprendizajes esperados:

Construye de manera colaborativa gráficas para el análisis con datos de situaciones que suceden en su contexto.

Atributos:

6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. **5.2** Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. **7.1** Define metas y da seguimiento a su proceso de construcción del conocimiento.

Conocimientos

1.1 Enfoques y elementos de la probabilidad. 1.2 Conjuntos**. 1.3** Técnicas de conteo. **1.4 Eventos**

1.4 Eventos

Lectura Previa

Composición de eventos

La composición de eventos se presenta cuando se realizan operaciones para calcular la probabilidad de que ocurran dos o más eventos. Para el cálculo de esa probabilidad se utilizará el enfoque clásico:

$$\textit{\textbf{Probabilidad del evento}} = \frac{\textit{\textbf{Casos favorables}}}{\textit{\textbf{Casos totales}}}$$

Eventos mutuamente excluyentes

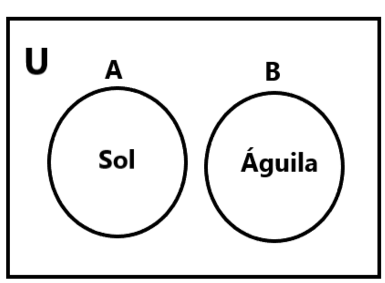
Los eventos mutuamente exclusivos son cosas que no pueden ocurrir al mismo tiempo. Por ejemplo, no puedes correr hacia adelante y hacia atrás simultáneamente. Las acciones “correr hacia adelante” y “correr en reversa” son mutuamente excluyentes. Lanzar una moneda también puede darte este tipo de evento. No puedes lanzar una moneda y obtener tanto sol como águila.

Su representación gráfica en diagramas de Venn se muestra en el siguiente ejemplo:

Experimento: *Lanzar una moneda*

Evento A = *Sol*

Evento B*= Águila*

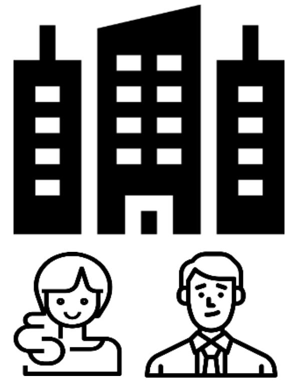


Eventos mutuamente excluyentes

Su expresión matemática se fundamenta en ***la ley aditiva*** *y menciona que cuando los eventos son mutuamente excluyentes la probabilidad es la suma de los eventos individuales A y B, y está dada por:* ***P (A o B) = P(A) + P(B)***

Ejemplo 1

En el área de recursos humanos de una empresa se han recibido 500 solicitudes de empleo. Se sabe que 325 son de mujeres y el resto de hombres. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una solicitud al azar provenga de un hombre o de una mujer?



Fuente: https://www.flaticon.es

Solución:

Sean los eventos:

M: Solicitante mujer

H: Solicitante hombre

Sus probabilidades son:

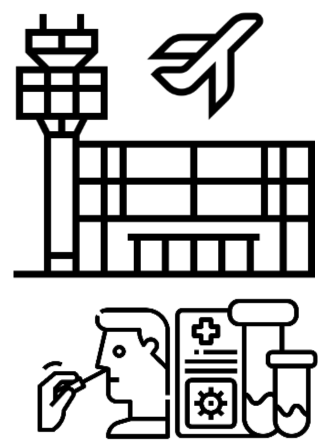
$P(M) = \frac{325}{500} = 0.65$

$P(H) = \frac{175}{500} = 0.35$

Por lo tanto: $P(M\ o\ H) = 0.65 + 0.35 = 1, es\ decir\ es\ la\ probabilidad\ del\ evento\ seguro$

Ejemplo 2

En el aropuerto internacional de la Ciudad de Cancún, se aplicaron 5352 pruebas rápidas de COVID-19 a los turistas en un fin de semana. De los cuales 3224 fueron a los hombres y 2128 a las mujeres. En los resultados 256 hombres salieron positivos y 168 mujeres dieron positivos. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar a una mujer que dio positivo o a ún hombre que dio negativo?



Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

Sean los eventos:

(M^+)= Mujer Positivo Covid

(H^-) =Hombre negativo Covid

Tabla de probabilidades

	Positivo	Negativo	Total
Hombres	256	2968	3224
Mujeres	168	1960	2128
Total	424	4928	5352

De la tabla de probabilidades se observa que del total de las mujeres, 168 dieron positivo y 2968 hombres dieron negativo, por lo tanto al representar estos valores en la fórmula se obtiene lo siguiente: $P[M^+\ o\ H^-] = \frac{168}{5352} + \frac{2968}{5352} = \frac{3136}{5352} = \mathbf{0.58}$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de eventos mutuamente excluyentes https://www.youtube.com/watch?v=pRFacUMELPQ

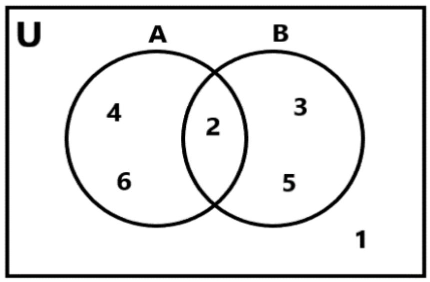
Eventos mutuamente no excluyentes

Se consideran **eventos mutuamente no excluyentes** a todos aquellos sucesos que tienen la capacidad de ocurrir de manera simultánea en una experimentación. La ocurrencia de alguno de ellos no supone la no ocurrencia del otro como se muestra en la gráfica donde el dos aparece en ambos eventos.

***Experimento**: Lanzar un dado*

***Evento A** = Obtener un número par*

***Evento B**= Obtener un número primo*



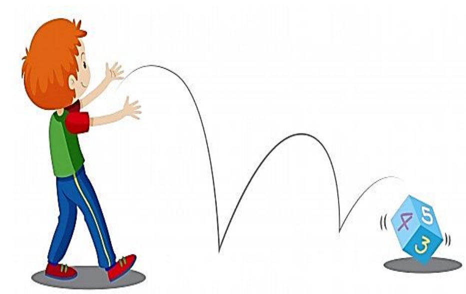
Eventos mutuamente no excluyentes

Su expresión matemática se fundamenta en ***la ley aditiva*** *y menciona que cuando los eventos son mutuamente* ***NO*** *excluyentes la probabilidad es la suma de los eventos individuales A y B menos la probabilidad simultanea de ambos eventos, su fórmula está dada por:*

P (A o B) = P(A) + P(B) – P (A y B)

Ejemplo 1

Si el experimento consiste en lanzar un dado, un evento A podría ser obtener un número impar y un evento B podría ser que caiga un número menor que 5. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado, se obtenga un número impar o un número menor que 5?



Fuente: https://es.dreamstime.com

Solución

Sean los eventos:

Evento A: Obtener un número impar

Evento B: Obtener un número menor que 5

Evento A y B: Obtener al mismo tiempo un número impar y menor que 5

$\boldsymbol{A = \{1, 3, 5\}}$

$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, 4\}}$

$\boldsymbol{(A\ y\ B) = \{1, 3\}}$

Sean las probabilidades:

Evento A: $\frac{3}{6}$

Evento B: : $\frac{4}{6}$

Evento A y B: $\frac{2}{6}$

$\boldsymbol{P(A\ o\ B) = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}}$

Por lo tanto, la probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número impar o un número menor que 5 es **83.33** %

Ejemplo 2

Fuente: https://www.flaticon.es

En una muestra de 595 estudiantes del Bachilleres Plantel Cancún cuatro, 320 dijeron tener un estéreo, 175 una T.V y 100 dijeron tener ambos aparatos electrónicos en su habitación. Si un estudiante es seleccionado aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que tenga un estéreo o una T.V en su habitación?

Solución

Sean los eventos:

Evento E: Tener un estéreo
Evento TV: Tener una T.V
Evento E y T.V: Tener ambos
$\boldsymbol{E} = \{\mathbf{320}\}, \boldsymbol{T.V} = \{\mathbf{175}\}$
$(\boldsymbol{E\ y\ T.V}) = \{\mathbf{100}\}$

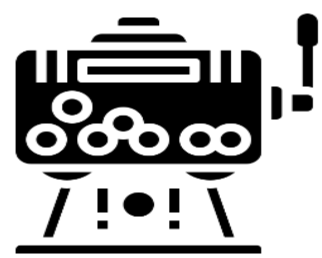
Sean las probabilidades:

Evento E= $\frac{320}{595}$ **, Evento T.V=** $\frac{175}{595}$ **, Evento (E y T.V)=** $\frac{100}{595}$

$$P(E\ o\ T.V) = \frac{320}{595} + \frac{175}{595} - \frac{100}{595} = \frac{395}{595} = 0.66$$

Por lo tanto, la probabilidad de seleccionar a un alumno que tenga estéreo o una T.V en su habitación es**: 0.6638 o 66.38 %**

Ejemplo 3



Fuente: https://www.flaticon.es

Un alumno del Colegio de Bachilleres Plantel Cancún cuatro, realiza una rifa con el fín de recaudar fondos para un viaje de estudios. De los 30 números que realizó sólo le falta vender uno. ¿Cuál es la probabilidad de que ese número que le falta por vender sea mayor que 20 o múltiplo de 4?

Solución.

Sean los eventos:

Evento A: Número mayor a 20
Evento B: Múltiplo de 4
Evento A y B: Mayor que 20 o múltiplo de 4
$\boldsymbol{A} = \{\mathbf{21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30}\}$
$\boldsymbol{B} = \{\mathbf{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28}\}$
$(\boldsymbol{A\ y\ B}) = \{\mathbf{24, 28}\}$

Sean las probabilidades:

Evento A= $\frac{10}{30}$ **, Evento B =** $\frac{7}{30}$

Evento (A y B)= $\frac{2}{30}$

$$P(A\ o\ B) = \frac{10}{30} + \frac{7}{30} - \frac{2}{30} = \frac{15}{30} = 0.5$$

Por lo tanto, la probabilidad de que el número sea mayor que 20 o múltiplo de 4 es: ***0.5 o 50%***

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de eventos mutuamente no excluyentes https://www.youtube.com/watch?v=aNULPdHeF1Y

Eventos independientes

Son aquellos en los que el resultado del segundo evento no es afectado por el resultado del primero. En otras palabras, dos eventos son independientes cuando la ocurrencia de un evento no cambia, por que ocurra otro. Para calcularlo se utiliza la regla de la multiplicación que está dada por la siguiente fórmula:

$$\boxed{\boldsymbol{P(AyB) = P(A) * P(B)}}$$

Ejemplo 1

Se arrojan simultáneamente un dado y una moneda y se quiere saber la probabilidad de obtener un 5 y un sol.

Solución.

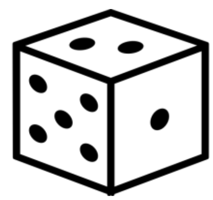
Sean los eventos:

Evento A: Obtener un 5
Evento B: Obtener sol
$\boldsymbol{P(A) = \frac{1}{6}}$, $\boldsymbol{P(B) = \frac{1}{2}}$

Aplicando la fórmula:

$\boldsymbol{P(A\ y\ B) = \frac{1}{6} * \frac{1}{2} = \frac{1}{12} = 0.08}$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener un 5 y un sol es: 0.0833 o 8.33%



Ejemplo 2

Jorge y su hermana Andrea lanzan un dado cada uno simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengan caras con números impares?

Solución.

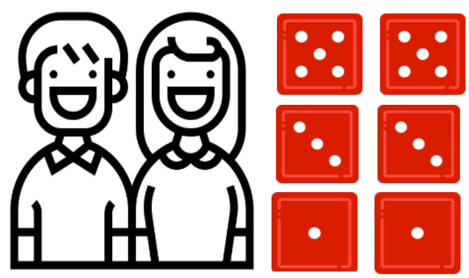
Sean los eventos:

Evento A: Jorge espera obtener número impar
Evento B: Andrea espera obtener número impar
$\boldsymbol{P(A) = \frac{3}{6}}$, $\boldsymbol{P(B) = \frac{3}{6}}$

Aplicando la fórmula:

$\boldsymbol{P(A\ y\ B) = \frac{3}{6} * \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = 0.25}$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener números impares: 0.25 o 25%



Fuente: https://www.flaticon.es

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de eventos independientes https://www.youtube.com/watch?v=uTRqUX48Fn8

Eventos dependientes

Son aquellos donde el resultado del segundo evento si es afectado por el resultado del primero, es decir, dos eventos son dependientes cuando cambia la ocurrencia de un evento dado que ya ha ocurrido otro evento. Para calcularlo se utiliza la regla de la multiplicación que está dada por la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{P(AyB) = P(A) * P(B|A)}$$

Ejemplo 1

Ramiro desea comprar 2 pasteles para el cumpleaños de su hermana. Al pasar en la pastelería y preguntar, le informan que únicamente hay en existencia 4 pasteles de chocolate, 3 de limón y 5 pasteles de fresa. ¿Cuál es la probabilidad de que al comprar los dos pasteles el primero sea de fresa y el segundo sea de chocolate?

Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

Sean los eventos:

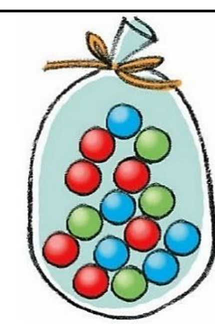
Evento A: Pastel de fresa $\quad P(A) = \frac{5}{12}$

Evento B: Pastel de chocolate $\quad P(B) = \frac{4}{11}$

Aplicando la fórmula: $P(A\ y\ B) = \frac{5}{12} * \frac{4}{11} = \frac{20}{132}$= **0.1515.** Por lo tanto, la probabilidad de que al comprar los dos pasteles el primero sea de fresa y el segundo de chocolate es: **0.1515 o 15.15 %**

Ejemplo 2

Se tiene una bolsa con 6 canicas rojas, 5 azules y 4 verdes. Extraeremos dos bolas consecutivamente y sin reemplazamiento. Calcular la probabilidad de que la primera canica sea roja y que la segunda sea verde.



Solución.

Sean los eventos:

Evento A: Canica roja $\quad P(A) = \frac{6}{15}$

Evento B: Canica verde $\quad P(B) = \frac{4}{14}$

Aplicando la fórmula:

$P(A\ y\ B) = \frac{6}{15} * \frac{4}{14} = \frac{24}{210}$= **0.1142**

Por lo tanto, la probabilidad de sacar la primera canica roja y la segunda verde es: **11.42 %**

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de eventos dependientes https://www.youtube.com/watch?v=iUOnVO7yAfA

ACTIVIDAD 4

Nombre del estudiante: ____Grupo: _______

Nombre del docente: _________________________Turno: _________Fecha: ______________

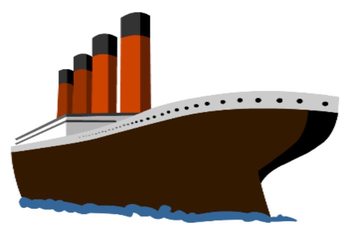
A). Instrucciones

1. Resuelve los siguientes ejercicios en tu libreta de apuntes utilizando el planteamiento correcto de la regla de adición.
2. Coloca tus datos en la parte superior y espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

A) Eventos mutuamente excluyentes y no excluyentes

1. Utilice los datos de la siguiente tabla, que resume resultados del hundimiento del Titanic y calcule los incisos.

	Hombres	Mujeres	Niños	Niñas	Total
Sobrevivientes	332	318	29	27	706
Muertos	1360	104	35	18	1517
Total	1692	422	64	45	2223



Si se selecciona al azar a uno de los pasajeros del Titanic:

a) Calcule la probabilidad de que sea una mujer o una niña.
b) Calcule la probabilidad de seleccionar un hombre o un sobreviviente al hundimiento.
c) Calcule la probabilidad de que sea un niño o un sobreviviente.

Evaluación

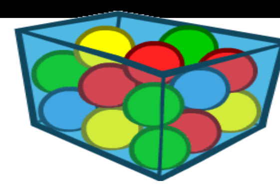
ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 4

B). Instrucciones

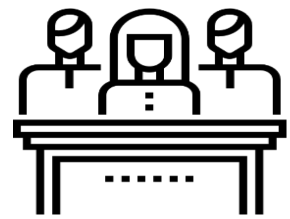
1. Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios en tu libreta de apuntes utilizando el planteamiento correcto de la regla de multiplicación.
2. Espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

Eventos independientes y dependientes:

1. Se tienen 4 pelotas verdes, 2 azules, 4 rojas y 3 amarillas. ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar dos pelotas estas sean azul y roja? El experimento se realiza sin reemplazo.

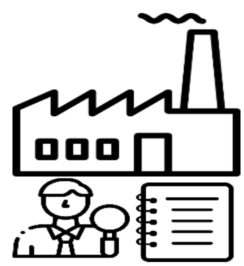


2. Un jurado consiste en 9 personas nacidas en el país y 3 personas nacidas en el extranjero. Si se selecciona para una entrevista a 2 miembros del jurado, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean extranjeros.



3. Un supervisor de obras desea obtener 2 opiniones de un grupo de 20 obreros, sobre las nuevas regulaciones de seguridad industrial. Si 12 trabajadores están a favor de estas regulaciones y 8 están en contra, ¿cuál es la probabilidad de elegir a dos obreros que estén en contra de las nuevas regulaciones?

4. Una empresa manufacturera produce cuadernos de papel, de los cuales 3% están mal encuadernados. Al azar, un inspector escoge dos y una a la vez. Pero debido al gran número de cuadernos que se producen durante la inspección, el muestreo que se realiza es, en esencia con reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que dos cuadernos seleccionados estén mal encuadernados?



Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 4

BLOQUE 2
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

ACTIVIDAD 5

Aprendizajes esperados:

Emplea las tablas de distribuciones de frecuencias para describir de manera crítica y reflexiva, los resultados de investigaciones contextualizadas.

Atributos:

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. ***6.4*** Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

Conocimientos

2.1 ***Distribución de Bernoulli.*** **2.2** Distribución Binomial **2.3** Distribución Normal

2.1 Distribuciones de Bernoulli

Lectura Previa

Variables aleatorias

La variable aleatoria puede tomar cualquier valor numérico que pertenezca al conjunto de todos los posibles resultados del experimento. (Se denomina "aleatoria" porque el valor que toma es el resultado de un evento de probabilidad, o aleatorio.)

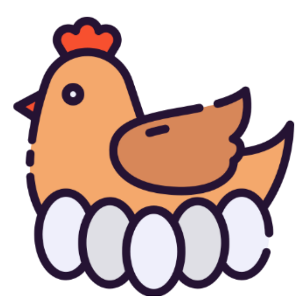
Algunos ejemplos de variables aleatorias son los siguientes:

a) Lanzamos al aire cinco monedas y observamos el "número de caras" visible. La variable aleatoria x es el número de caras observadas y puede tomar valores enteros de 0 a 5.
b) Sea la "longitud del cable", de un aparato eléctrico, una variable aleatoria. La variable aleatoria es un valor numérico entre 30 cm y 180 cm para casi todos los aparatos.

Variables aleatorias discretas y variables aleatorias continuas.

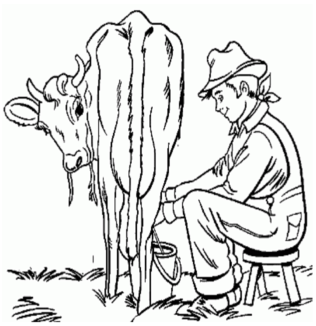
Variables aleatorias discretas.

Resultan cuando el número de posibles valores es un número finito, o bien, un número que puede contarse. (Es decir, el número de posibles valores es 0, 1, 2, etcétera). Por ejemplo, las cantidades de huevos que ponen las gallinas son datos discretos porque representan conteos.



Fuente: https://www.flaticon.es

Las variables aleatorias continuas.



Resultan de un infinito de posibles valores que pueden asociarse a puntos de alguna escala continua. Por ejemplo, las cantidades de leche que las vacas producen son datos continuos porque son mediciones que pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo continuo. Durante un intervalo de tiempo dado, una vaca producirá una cantidad de leche que puede ser cualquier valor entre 0 y 5 galones. Es posible obtener 2.343115 galones, ya que la vaca no está restringida a producir cantidades discretas de 0, 1, 2, 3, 4, o 5 galones.

Distribución de una variable aleatoria discreta

La distribución de probabilidad discreta, es semejante a la distribución de frecuencias, la cual asocia cada uno de los valores que toma una variable aleatoria con su respectiva probabilidad. Por lo general se usa un formato de tabla para su representación y se gráfica utilizando diversas representaciones. Observa la siguiente tabla que representa la distribución de probabilidad del lanzamiento de un dado:

x	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Características de la distribución de probabilidad

a) La probabilidad asignada a cada valor de la variable aleatoria debe estar entre 0 y 1, es decir: $\mathbf{0 \leq P(X) \leq 1}$

b) La suma de las probabilidades es igual a 1, es decir: $\sum \boldsymbol{P(X)} = \mathbf{1}$

Representaciones de una distribución de probabilidad

Distribución de probabilidad

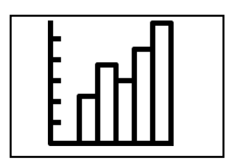
Forma tabular

x	$P(x)$
0	0.25
1	0.50
2	0.25

Expresión algebraica

f(X)= P(X=x)

Gráfica



Si cuentan con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de variables discretas y continuas https://www.youtube.com/watch?v=fMW5S6JdMzg

ACTIVIDAD 5

Nombre del estudiante: ______________________________Grupo: ________

Nombre del docente: ______________________Turno: __________Fecha: ______________

A). Instrucciones

1. Analiza la tabla de esta actividad. Responde si corresponde a una variable discreta o continua en la celda derecha.
2. Coloca tus datos en la parte superior y espera las indicaciones de tu docente para su entrega.

Enunciado	Tipo de variable
1. **El número de la camiseta de un jugador de futbol.**	
2. **El número de llamadas telefónicas recibidas en un día.**	
3. **Las estaturas de los jugadores de un equipo de baloncesto.**	
4. **El total de estudiantes de una primaria.**	
5. **El tiempo que toma un atleta en recorrer 100 metros planos.**	
6. **El tiempo que demora un repartidor en entregar una comida.**	
7. **El número de padres de familia que se conectan a una reunión virtual de primer semestre.**	
8. **Los litros de agua que se bebe un deportista de alto rendimiento en un determinado día.**	
9. **El número de turistas que visitan un parque turístico en Q. Roo.**	
10. **Número de televisores en tu casa.**	

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 5

Nombre del alumno: ____Grupo: ________

Nombre del maestro: ____________________________Turno: ___________Fecha: _________________

B). Instrucciones

1. Copia las siguientes tablas en tu libreta de apuntes, y posteriormente identifica con base al inciso **a y b** sobre **las características de las distribuciones de probabilidad**. Escribe si cumple o no cumple y fundamenta tu respuesta.
2. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

Tabla de distribuciones de probabilidad | ***Sí cumple / No cumple***

1.

x	P(x)
0	0.0000
1	0.0001
2	0.0006
3	0.0387
4	0.9606
	$\sum =$

Fundamenta tu respuesta:
____
____
____

2.

x	P(x)
0	0.125
1	0.375
2	0.375
3	0.125
	$\sum =$

Fundamenta tu respuesta:
____
____
____

3.

x	P(x)
0	0.502
1	0.365
2	0.098
3	0.011
4	0.301
	$\sum =$

Fundamenta tu respuesta:
____
____
____

4.

x	P(x)
0	0.04
1	0.26
2	0.36
3	0.20
4	0.18
	$\sum =$

Fundamenta tu respuesta:
____
____
____

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 5

ACTIVIDAD 6

Aprendizajes esperados:

Demuestra que las gráficas son un medio creativo para comparar valores y facilitar la toma responsable de decisiones en problemas presentes en cualquier contexto.

Atributos:

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones/ **6.4** Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

Conocimientos

2.1 Distribución de Bernoulli/ **2.2 Distribución Binomial**/**2.3** Distribución Normal

2.2 Distribución Binomial

Lectura Previa

Función de probabilidad

La función de probabilidad es una regla que asigna probabilidades a los valores que puede tomar la variable aleatoria. Esta generalmente se expresa con una fórmula matemática P(x).

Ejemplo 1

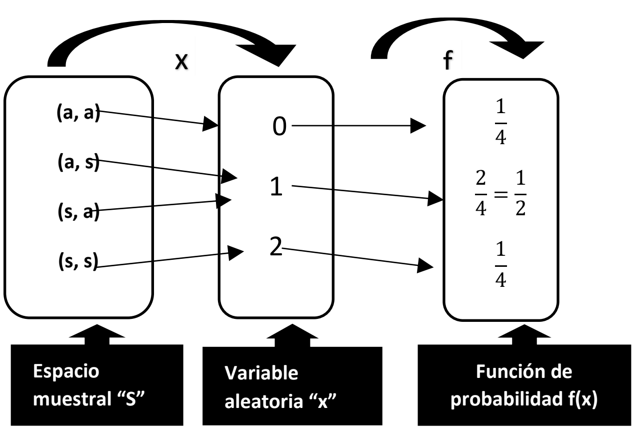
Una moneda tiene dos caras: sol y águila, encuentra la función de probabilidad en forma de tabla de la variable aleatoria x, sabiendo que x= número de soles al lanzar la moneda dos veces.

Solución

Variable aleatoria x: Número de soles al lanzar la moneda dos veces

Espacio muestra del lanzamiento de las dos monedas: $\mathbf{S} = \{(\mathbf{a}, \mathbf{a}), (\mathbf{a}, \mathbf{s}), (\mathbf{s}, \mathbf{a}), (\mathbf{s}, \mathbf{s})\}$

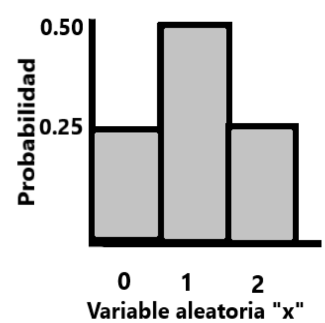
Representación sagital:



Representación tabular

X	P(x)
1	$\frac{1}{4} = 0.25$
1	$\frac{1}{2} = 0.50$
2	$\frac{1}{4} = 0.25$
TOTAL	$\sum = 1$

Histograma



Ejemplo 1

Sea el lanzamiento de dos dados donde x= suma de puntos al lanzar dos dados, encuentra la función de probabilidad y representar los resultados en forma tabular, construir el histograma de la distribución de probabilidad.

Solución

Paso 1. Se determina el espacio muestral

S

	(1 1)	(1 2)	(1 3)	(1 4)	(1 5)	(1 6)
	(2 1)	(2 2)	(2 3)	(2 4)	(2 5)	(2 6)
	(3 1)	(3 2)	(3 3)	(3 4)	(3 5)	(3 6)
	(4 1)	(4 2)	(4 3)	(4 4)	(4 5)	(4 6)
	(5 1)	(5 2)	(5 3)	(5 4)	(5 5)	(5 6)
	(6 1)	(6 2)	(6 3)	(6 4)	(6 5)	(6 6)

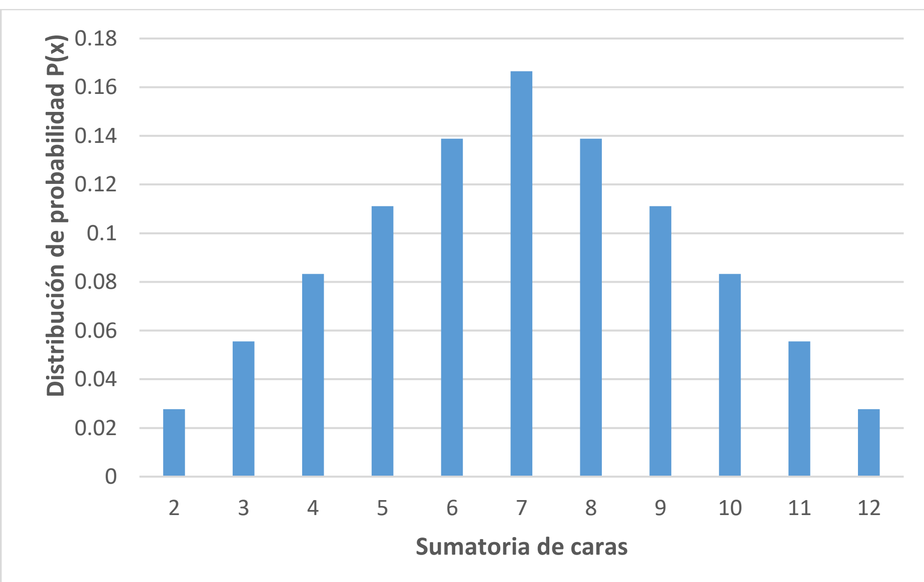
Fuente: https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/EstadisticaProbabilidadInferencia/VAdiscreta/1Introduccion/index.html

Paso 2. Se calculan las probabilidades en forma tabular

X	P(X)
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36
7	6/36
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36

X	P(X)
2	0.0277
3	0.0555
4	0.0833
5	0.1111
6	0.1388
7	0.1666
8	0.1388
9	0.1111
10	0.0833
11	0.0555
12	0.0277

Paso 3. Histograma de distribución de probabilidad



Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de función de probabilidad https://www.youtube.com/watch?v=9NicRz7xPU0

Valor esperado y desviación estándar de la distribución binomial

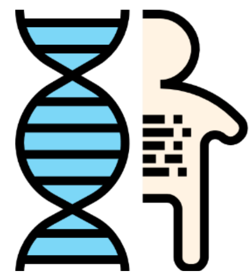
El valor esperado es un promedio ponderado de los valores que asume la variable aleatoria cuando los pesos son las probabilidades. La fórmula para calcular el valor esperado es el siguiente:

$$E(x) = \mu = \sum xf(x)$$

Ambas notaciones, E(x) y μ se usan para denotar el valor esperado de una variable aleatoria. Esto indica que para calcular la media o valor esperado de una variable aleatoria discreta se debe multiplicar cada valor de la variable por su probabilidad correspondiente f(x), y después se suman los productos que resultan.

Ejemplo 1

Cada uno de tres hombres que tienen un trastorno genético relacionado con el cromosoma X tiene un hijo. La variable aleatoria x es el número de hijos de los tres hombres que heredan el trastorno genético relacionado con el cromosoma X. Encuentre el valor esperado de dicha distribución de probabilidad.



Fuente: https://www.flaticon.es

X	0	1	2	3
P(X)	0.4219	0.4219	0.1406	0.0156

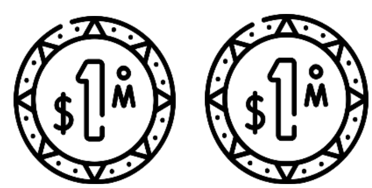
Solución.

Aplicando la fórmula se tiene:

$E(x) = \mu = \sum xf(x)$: $\sum 0(0.4219) + 1(0.4219) + 2(0.1406) + 3(0.0156) = \mathbf{0.7499}$

Ejemplo 2

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad del lanzamiento de dos monedas cuando la variable aleatoria X= es número de soles.



Fuente: https://www.flaticon.es

X	0	1	2
P(X)	0.25	0.50	0.25

Solución.

Aplicando la fórmula se tiene:

$E(x) = \mu = \sum xf(x)$: $\sum 0(0.25) + 1(0.50) + 2(0.25) = \mathbf{1}$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de valor esperado de una distribución https://www.youtube.com/watch?v=-v3st4h0HdE

Varianza y desviación estándar de una distribución de probabilidad discreta

Como se observó, la media constituye un valor típico para resumir una distribución de probabilidad discreta. Sin embargo, no describe el grado de variación en una distribución. La varianza sí lo hace. La fórmula de la varianza de una distribución de probabilidad es:

$$\sigma^2 = \sum[(x-\mu)^2 P(x)]$$

La media se resta de cada valor y la diferencia se eleva al cuadrado, cada diferencia al cuadrado se multiplica por su probabilidad y por último se suman los productos que resultan para obtener la varianza. Finalmente se saca la raíz de la varianza para obtener la desviación estándar.

Ejemplo 1

Por lo general, Juan López vende la mayor cantidad de automóviles el sábado. Él desarrolló la siguiente distribución de probabilidades de la cantidad de automóviles que espera vender un sábado determinado. Encuentre el valor esperado de automóviles, la varianza y la desviación estándar.

Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

Se construye una tabla que permita realizar los cálculos y la aplicación de las fórmulas

$$E(x) = \mu = \sum xf(x)$$

$$\sigma^2 = \sum[(x-\mu)^2 P(x)]$$

Número de automóviles vendidos X	Probabilidad P(x)	X*P(x)	(x-μ)	(x-μ)^2	(x-μ)$^2 P(x)$
0	0.10	0	(0-2.1)	4.41	0.441
1	0.20	0.20	(1-2.1)	1.21	0.242
2	0.30	0.60	(2-2.1)	0.01	0.003
3	0.30	0.90	(3-2.1)	0.81	0.243
4	0.10	0.40	(4-2.1)	3.61	0.361
		$\mu = 2.1$			$\sigma^2 = 1.29$

Por lo tanto el valor esperado es de 2.1, es decir Juan espera vender un promedio de 2.1 automóviles por día a lo largo de una gran cantidad de sábados. Es decir si juan trabaja durante 50 sábados espera vender 105 vehículos.

La varianza es de $\boldsymbol{\sigma^2 = 1.29}$ y la desviación estándar es : $\sigma = \sqrt{\mathbf{1.29}} = \mathbf{1.136}$ automóviles

Ejemplo 2

Una tienda de electrónica vende un modelo particular de computadora portátil. Hay sólo cuatro computadoras en existencia y el gerente se pregunta cuál será la demanda de hoy para este modelo particular. Él se entera en el departamento de marketing de que la distribución de probabilidad para x, la demanda diaria para la laptop, es como se muestra en la tabla. Encuentre la media, varianza y desviación estándar de x.

Fuente: https://www.flaticon.es

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	0.10	0.40	0.20	0.15	0.10	0.05

Solución.

Se construye una tabla que permita realizar los cálculos y la aplicación de las fórmulas siguientes:

$$E(x) = \mu = \sum xf(x)$$

$$\sigma^2 = \sum[(x-\mu)^2 P(x)]$$

x	$P(x)$	$(x)P(x)$	$(x-\mu)^2$	$(x-\mu)^2P(x)$
0	.10	0.00	3.61	0.361
1	.40	0.40	0.81	0.324
2	.20	0.40	0.01	0.002
3	.15	0.45	1.21	0.1815
4	.10	0.40	4.41	0.441
5	0.05	0.25	9.61	0.4805
Totales	1.00	μ= 1.90		σ^2= 1.79

Por lo tanto el valor esperado es de **1.90**.

La varianza es de $\boldsymbol{\sigma^2 = 1.79}$ y la desviación estándar es : $\boldsymbol{\sigma = \sqrt{1.79} = 1.33}$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos del cálculo de la varianza https://www.youtube.com/watch?v=oB48B-WUwJk

Cálculo de probabilidades Binomiales

La distribución de probabilidad binomial consiste de una secuencia de **n** experimentos más pequeños llamados ensayos, donde **n** se fija antes del experimento. Cada ensayo puede dar por resultado uno de los mismos dos resultados posibles, los cuáles se denotan como éxito que se denota con **(p)** o fracaso con la letra **(q=1-p).** Los ensayos son independientes, de modo que el resultado en cualquier ensayo particular no influye en el resultado de cualquier otro ensayo. Esta distribución de probabilidad binomial se puede obtener con la siguiente fórmula:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x} \text{ , donde : } \binom{n}{x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Donde: $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}=\boldsymbol{x})$ es la probabilidad de que ocurran "x" éxitos, en n pruebas.

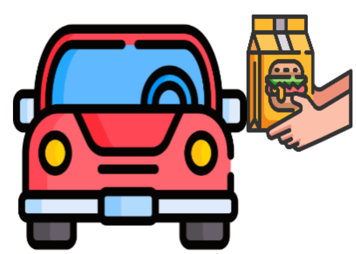
$\boldsymbol{p}=$ es la probabilidad de éxito

$\boldsymbol{q}=$ la probabilidad de fracaso y se calcula como $\mathbf{1}-\boldsymbol{p}$

$\boldsymbol{n}=$ Es el número de ensayos

Ejemplo 1

La exactitud al tomar los pedidos en la ventanilla de servicio a los automovilistas es una característica muy importante de las cadenas de comida rápida. Hace poco, el porcentaje de pedidos de este tipo servidos correctamente en Burger King fue del 88%. Suponga que usted y dos de sus amigos van en su automóvil a la ventanilla de servicio de Burger King y cada uno hace un pedido como el descrito antes. Encuentra lo siguiente:



Fuente: https://www.flaticon.es

a) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres pedidos se sirvan con exactitud?
b) ¿Al menos dos de los tres?

Solución.

a) Puesto que se trata de tres pedidos y la probabilidad de tener un pedido servido con exactitud es del 88%, n = 3, p = 0.88 y q= 1-0.88 = 0.12

Aplicando la fórmula se tiene:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x} \text{ , donde : } \binom{n}{x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$a)\ P(X=3)=\binom{3}{3}(0.88)^3(0.12)^{3-3}=0.6815$

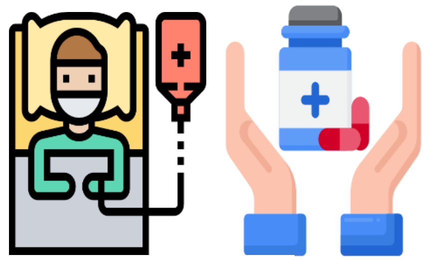
$b)\ P(X=2)=\binom{3}{2}(0.88)^2(0.12)^{3-2}=0.2788$

¿Al menos dos de los tres? Se suman los resultados del inciso a y b, por lo que el resultado total es:

$P(X\geq 2)=$ P(X=2)+P(X=3)=0.6815+0.2788= 0.9603

Ejemplo 2

La experiencia ha demostrado que 30% de todas las personas afectadas por cierta enfermedad se recuperan. Una empresa fabricante de medicamentos ha inventado una nueva medicina. Diez personas con la enfermedad se seleccionaron al azar y recibieron la medicina; nueve se recuperaron al poco tiempo. Suponga que la medicina no es eficaz en absoluto. Encuentre las siguientes probabilidades:


Fuente: https://www.flaticon.es

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se recuperen 2 individuos que recibieron la medicina?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que se recuperen entre 5 y 7 individuos que recibieron la medicina?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que se recuperen al menos nueve de entre diez que recibieron la medicina?

Solución.

Puesto que se trata de 10 individuos enfermos y la probabilidad de que se recuperen es del 30%, se tienen los siguientes datos: n = 10, p = 0.30 y q= 1-0.30 = 0.70

Aplicando la fórmula:

$$\boxed{P(X=x) = \binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x} \text{ , donde : } \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}}$$

a) $Se\ recuperen\ exactamente\ 2.\ P(X=2) = \binom{10}{2}(0.30)^2(0.70)^{10-2} = \mathbf{0.2334}$

b) $Se\ recuperen\ \ entre\ 5\ y\ 7$ es: P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)

$$P(X=5) = \binom{10}{5}(0.30)^5(0.70)^{10-5} = 0.1029$$
$$P(X=6) = \binom{10}{6}(0.30)^6(0.70)^{10-6} = 0.0367$$
$$P(X=7) = \binom{10}{7}(0.30)^7(0.70)^{10-7} = 0.0090$$

Por lo tanto, la suma de las probabilidades totales es: 0.1486

c) Se recuperen al menos 9 de entre 10 : P(X=9)+P(X=10)

$$P(X=9) = \binom{10}{9}(0.30)^9(0.70)^{10-9} = 0.000138$$
$$P(X=10) = \binom{10}{10}(0.30)^{10}(0.70)^{10-10} = 0.0000059$$

Por lo tanto la suma total de probabilidad es: **0.0001439**

You
Tube

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de distribución Binomial https://www.youtube.com/watch?v=EisaSQ1j_Kk

Media y desviación estándar de una distribución binomial

Dado que la distribución de probabilidades de cualquier variable aleatoria binomial depende sólo de los valores que asumen los parámetros n, p y q, los valores de la media y la varianza dependen también de éstos parámetros. Para su cálculo se utilizan las siguientes expresiones:

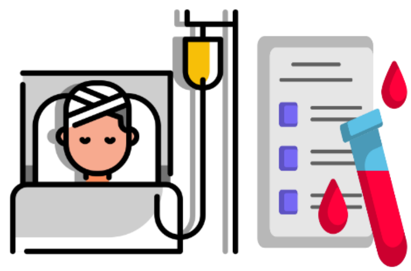
$$Media\ o\ valor\ esperado:\ \mu = np$$

$$Varianza:\ \sigma^2 = n * p * q$$

$$Desviación\ estándar: \sigma = \sqrt{n * p * q}$$

Ejemplo 1

La probabilidad de que un paciente se recupere de una rara enfermedad sanguinea es 0.40, si se sabe que 15 personas contraen tal enfermedad encuentre la media y la varianza de la variable aleatoria binomial.



Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

Se tienen los siguientes datos:

n= 15 personas

p= 0.40 Probabilidad de éxito

q=0.60 (1-0.40) Probabilidad de fracaso

Aplicando las fórmulas correspondientes se tiene:

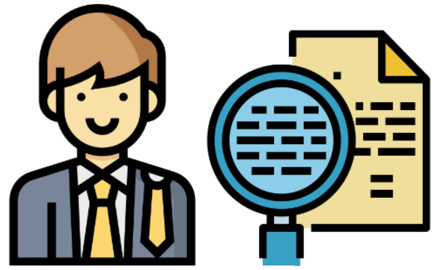
$$Media\ o\ valor\ esperado:\ \mu = np \qquad \mu = (15)(0.4) = \mathbf{6}$$

$$Varianza\ \ \sigma^2 = n * p * q \qquad \sigma^2 = (15)(0.4)(0.60) = \mathbf{3.6}$$

$$Desviación\ Est. \sigma = \sqrt{n * p * q} \qquad \sigma = \sqrt{(15)(0.4)(0.60)} = \mathbf{1.897}$$

Ejemplo 2

El 60% de los estadounidenses leen su contrato de trabajo, incluyendo las letras pequeñas. Suponga que el número de empleados que leen cada una de las palabras de su contrato se puede modelar utilizando la distribución binomial. Considerando un grupo de cinco empleados, encuentre la media, la varianza y desviación estándar de esta muestra de empleados.



Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

Se tienen los siguientes datos:

n= 5 empleados

p= 0.60 Probabilidad de éxito

q=0.40 (1-0.60) Probabilidad de fracaso

Aplicando las fórmulas correspondientes se tiene:

$Media\ o\ valor\ esperado:\ \mu = np$	$\mu = (5)(0.60) = \mathbf{3}$
$Varianza\ \ \sigma^2 = n * p * q$	$\sigma^2 = (5)(0.60)(0.40) = \mathbf{1.20}$
$Desviación\ Est.\ \sigma = \sqrt{n * p * q}$	$\sigma = \sqrt{(5)(0.6)(0.40)} = \mathbf{1.095}$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de media y desviación estándar https://www.youtube.com/watch?v=6nJPYKpb0Wo

ACTIVIDAD 6

Nombre del estudiante: ____ Grupo: ________

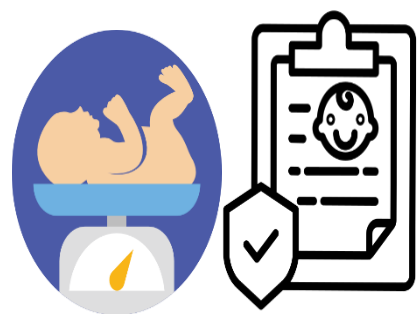
Nombre del docente: _____________________________ Turno: ___________ Fecha: _______________

A). Instrucciones

1. Encuentra el valor esperado, la varianza y desviación estándar de las siguientes distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas para cada uno de los siguientes ejercicios.
2. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

Ejercicio # 1. Valor esperado de una variable aleatoria discreta.

Exactamente después de nacer, cada niño es evaluado en una escala llamada escala de Apgar. Las evaluaciones posibles son 0, 1, . . ., 10, con la evaluación del niño determinada por color, tono muscular, esfuerzo para respirar, ritmo cardíaco e irritabilidad, peso, etc. Sea X la evaluación Apgar de un niño seleccionado al azar y supóngase que la función masa de probabilidad de X es:



Fuente: https://www.flaticon.es

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X)	0.002	0.001	0.002	0.005	0.02	0.04	0.18	0.37	0.25	0.12	0.01

a) Calcular el valor esperado de la distribución de probabilidad discreta

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 6

Nombre del estudiante: ______________________________Grupo: ________

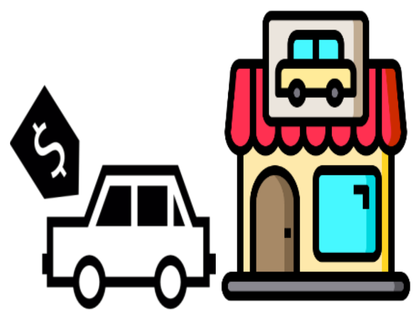
Nombre del docente: ______________________Turno: __________Fecha: ______________

B). Instrucciones

1. Transcribe el ejercicio en tu libreta de apuntes y calcula lo que se indica.
2. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

Ejercicio # 2. Calcular la función de probabilidad, el histograma de distribución, el valor esperado, la varianza y desviación estándar de una distribución de variable discreta.

Considere las siguientes ventas de una agencia de autos con sede en la ciudad de Cancún. Durante los últimos 300 días de operación, los datos de ventas mostraron que en 54 días no se vendieron autos, en 117 días se vendió 1 automóvil, en 72 días se vendieron 2, en 42 días se vendieron 3, en 12 días se vendieron 4 y en 3 días se vendieron 5. Suponga que se considera el experimento de selccionar un día de operación y se define la variable aleatoria de interés como x= número de automoviles vendidos en un día.



Fuente: https://www.flaticon.es

a) Calcular la función de probabilidad
b) Realizar el histograma
c) Encontrar el valor esperado
d) La varianza y desviación estándar de la distribución de variables discretas.

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 6

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: _________________________Turno: __________Fecha: ______________

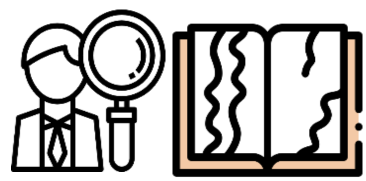
C). Instrucciones

1. Trascribe el ejercicio en tu libreta de apuntes y calcula lo que se indica en el ejercicio siguiente.
2. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

.

Ejercicio # 3. Calcular las distribuciones Binomiales, la media, la varianza y desviación estándar de la distribución binomial.

Suponga que 20% de todos los ejemplares de un libro de texto particular no pasan una prueba de inspección de calidad. Sea X el número entre 15 ejemplares seleccionados al azar que no pasan la prueba. Entonces X tiene una distribución binomial con $n=15$ *y* $p = 0.2$, determine lo siguiente:



Fuente: https://www.flaticon.es

a) La probabilidad de que cuando mucho 2 no fallen
b) La probabilidad de que exactamente 8 fallen
c) Encontrar la media, la varianza y desviación estándar

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 6

ACTIVIDAD 7

Aprendizajes esperados:

Calcula probabilidades a partir de diversas formas de distribución eligiendo de forma crítica, un enfoque determinista o aleatoria para el estudio de un fenómeno de su entorno.

Atributos:

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones/ **6.4** Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

Conocimientos

2.1 Distribución de Bernoulli/ **2.2** Distribución Binomial/**2.3 Distribución Normal**

2.3 Distribución Normal

Lectura Previa

Función de densidad de probabilidad continua

Una función de densidad de probabilidad continua es una expresión matemática que define la distribución de los valores para una variable aleatoria continua.

La expresión matemática que representa la función de densidad de probabilidad continua está indicada con el símbolo f(X).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(1/2)[(X-\mu)/\sigma]^2}$$

Donde:
e: es la constante matemática aproximada por 2.71828
π: es la constante matemática aproximada por 3.14159
μ: es la media
σ: es la desviación estándar
X: es cualquier valor de la variable continua, donde $(-\infty < X < \infty)$

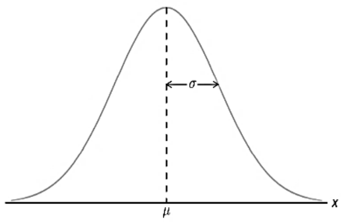
Distribución normal.

La distribución continua de probabilidad más importante en todo el campo de la estadística es la distribución normal. En 1733, Abraham De Moivre desarrolló la ecuación matemática de **la curva normal.** Ésta ofrece una base sobre la que se fundamenta gran parte de la teoría de la estadística inductiva. La distribución normal a menudo se denomina distribución gaussiana, en honor de Karl Friedrich Gauss (1777-1855), quien también derivó su ecuación a partir de un estudio de errores en mediciones repetidas de la misma cantidad. (Johnson & Kuby, 2008, pág. 315)

Karl Friedrich Gauss

Fuente:https://www.ugr.es/~eazna

Gráfica de la distribución normal



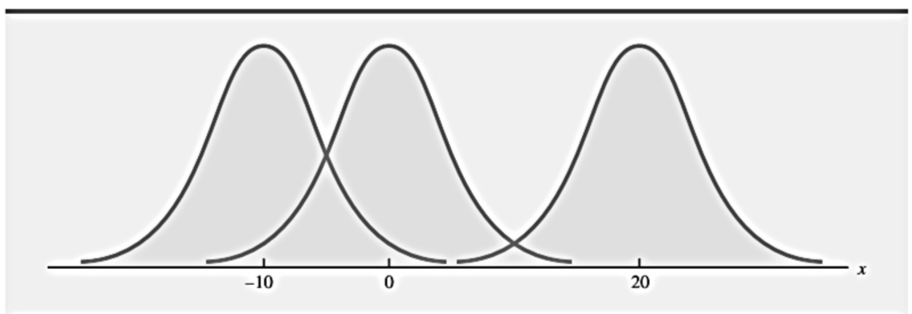
Su gráfica, que se denomina curva normal, es la curva con forma de campana de la izquierda, la cual describe aproximadamente muchos fenómenos que ocurren en la naturaleza, la industria y la investigación. Además, los errores en las mediciones científicas se aproximan extremadamente bien mediante una distribución normal.

Características de la distribución normal.

1. La familia completa de distribuciones normales se diferencia por medio de dos parámetros: la media μ y la desviación estándar σ.

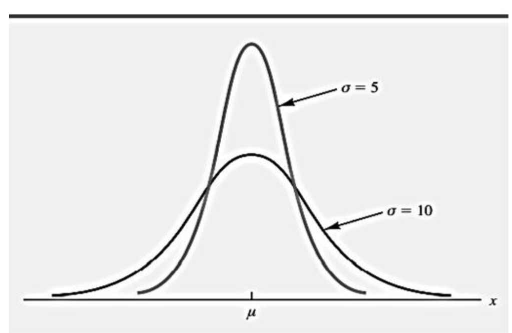
2. El punto más alto de una curva normal se encuentra sobre la media, el cual coincide con la mediana y la moda de la distribución.

3. La media de una distribución normal puede tener cualquier valor numérico: negativo, cero o positivo. A continuación, se muestran tres distribuciones normales que tienen la misma desviación estándar pero tres medias diferentes (10, 0 y 20).



4. La distribución normal es simétrica: la forma de la curva normal a la izquierda de la media es una imagen de espejo de la forma de la curva a la derecha de la media. Los extremos de la curva normal se extienden hacia el
infinito en ambas direcciones y en teoría nunca tocan el eje horizontal. Como son simétricas, las distribuciones normales no están sesgadas; la medida de su sesgo es cero.

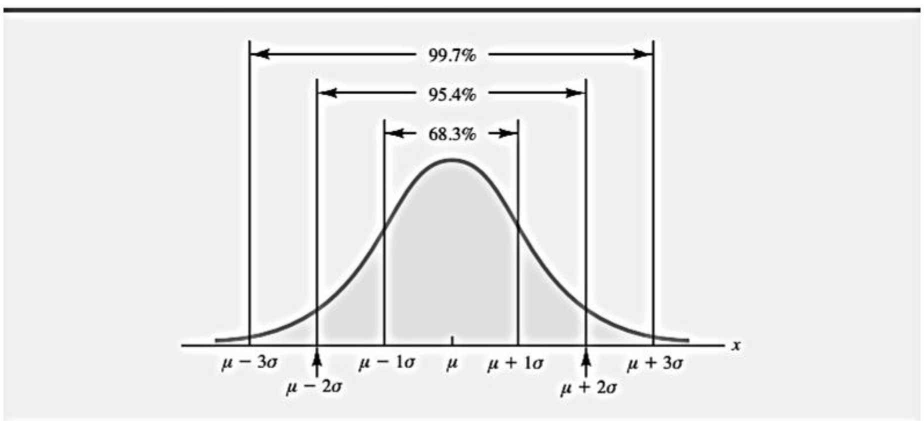
5. La desviación estándar determina qué tan plana y ancha es la curva normal. Los valores grandes de la desviación estándar dan como resultado curvas más anchas y planas, mostrando mayor variabilidad en los datos. Enseguida se muestran dos distribuciones normales con la misma media, pero con desviaciones estándar diferentes.



6. Las probabilidades para la variable aleatoria normal están representadas por las áreas bajo la curva normal. El área total bajo la curva de una distribución normal es 1. Como la distribución es simétrica, el área bajo la curva a la izquierda de la media es 0.50 y el área a la derecha también es 0.50.

7. Los porcentajes de los valores en algunos intervalos de uso común son los siguientes.

a) 68.3% de los valores de una variable aleatoria normal se sitúan más o menos a una desviación estándar de su media.
b) 95.4% de los valores de una variable aleatoria normal se encuentran más o menos a dos desviaciones estándar de su media.
c) 99.7% de los valores de una variable aleatoria normal están más o menos dentro de tres desviaciones estándar de su media.



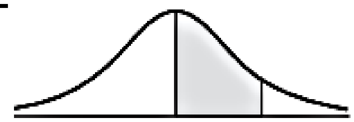
La distribución normal estándar

Hay un número ilimitado de distribuciones de probabilidad normal, pero por fortuna todas están relacionadas con una distribución: la distribución normal estándar. Esta es la distribución normal de la variable estándar z (llamada "puntaje estándar" o "puntaje z").

El proceso de transformar una variable X con una distribución normal en una variable Z se llama ***estandarización.*** Este proceso permite calcular cualquier probabilidad mediante una tabla de distribución normal estándar. Esta tabla indica el área bajo la curva normal estándar, que corresponde a la probabilidad acumulada de un valor, es decir, la $\mathbf{P}(\mathbf{Z} < \mathbf{z})$ para valores de Z que van de -5 a 5. A continuación se presenta la tabla A, de distribución normal:

Tabla A. Áreas de la distribución normal estándar

Las entradas de esta tabla son las probabilidades de una variable aleatoria, con una distribución normal estándar, tome un valor entre 0 y Z; Las áreas para los valores negativos de Z se obtienen por simetría.



Segundo lugar en decimal en Z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999									
4.0	0.49997									
4.5	0.499997									
5.0	0.4999997									

Cálculo de áreas bajo la curva normal

La tabla **A**, es una lista de las probabilidades asociadas con los intervalos desde la media (ubicada en z = 0.00) hasta un valor específico de z. Las probabilidades de otros intervalos pueden hallarse usando las entradas de tabla y las operaciones de adición y sustracción, de acuerdo con las propiedades precedentes. Veamos los siguientes ejemplos que demuestran la forma de usar la tabla **A**, para hallar probabilidades del puntaje normal estándar, z.

Ejemplo 1

Encuentre el área bajo la curva normal estándar entre z = 0 y z = 1.52

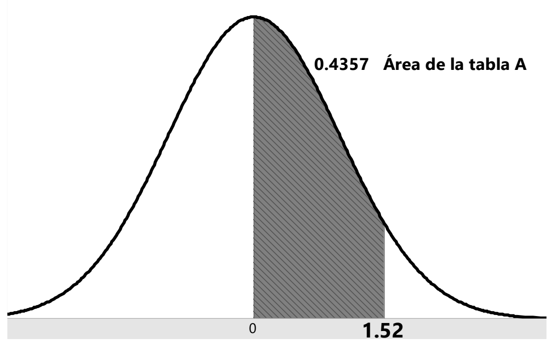
Solución.

La tabla **A**, de la página anterior está diseñada para dar el área entre **z=0 y z=1.52** directamente. El puntaje z está ubicado en los márgenes, con las unidades y décimas de dígito por todo el lado izquierdo y centésimas de dígito en la parte superior. **Para z= 1.52,** localice la fila marcada 1.5 y la columna marcada 0.02; en su intersección encontrará **0.4357**

Una parte de la tabla **A**

z	0.00	0.01	0.02	...
⋮				
1.5			0.4357	...
⋮				

Gráfica de distribución cuando z=0 y z= 1.52



Para hallar **el área a la derecha de z= 0**, basta con encontrar el área o la probabilidad para el intervalo **z=0.00 a z=1.52.**

$P(0.00 < z < 1.52)$= **0.4357**

Recuerda que:

Una de las propiedades básicas de probabilidad es que la suma de todas las probabilidades es exactamente 1.0. Como el área bajo la curva normal representa la medida de probabilidad, el área total bajo la curva en forma de campana es exactamente 1.

Ejemplo 2

Encuentre el área bajo la curva normal estándar entre z = -1.43 y z = 1.55

Solución.

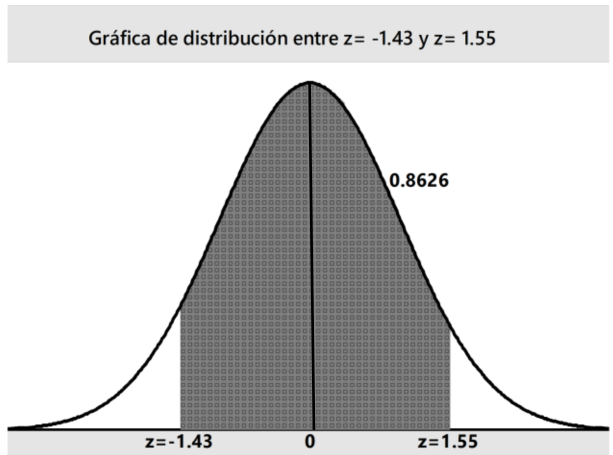
De tablas se encuentra la intersección de:

z= -1.43

Valores de la tabla **A**					
z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**…**
⋮					
1.4				**0.4236**	**…**
⋮					

z=1.55

Valores de la tabla **A**					
z	**0.00**	**0.01**	**…**	**0.05**	**…**
⋮					
1.5				**0.4394**	**…**
⋮					



Cuando tenemos un valor de z negativo y uno positivo, el área entre esas áreas es la suma de los valores de la tabla. Por lo tanto, se tiene: $\boldsymbol{P(-1.43 < Z < 0) + P(0 < Z < 1.55) = \ 0.4236 + 0.4394 = 0.8626}$

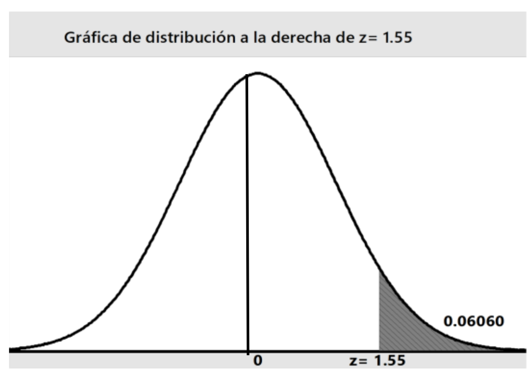
Ejemplo 3

Encuentra el área bajo la curva a la derecha de z = 1.55

Solución

El área a la derecha de la media (toda el área sombreada de la figura) es exactamente 0.5000. El problema pide el área sombreada que no está incluida en 0.4394. Por tanto, restamos 0.4394 de 0.5000: **0.0606**

$$\boldsymbol{P(Z > 1.55) = \ 0.5000 - 0.4394 = 0.0606}$$



En este caso se pide hallar ***el área de la cola derecha de z.***

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de la tabla de distribución normal https://www.youtube.com/watch?v=59I-6L5QMfc

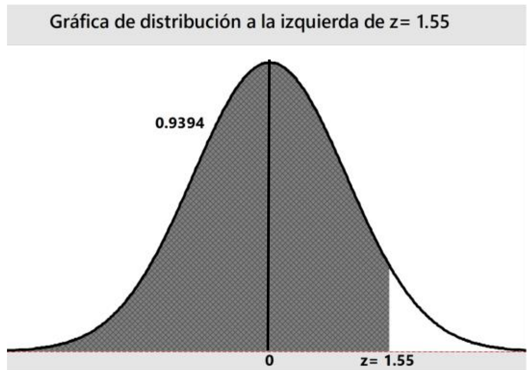
Ejemplo 4

Encuentre el área bajo la curva a la izquierda de z= 1.55

Solución.

El total del área sombreada está formado por 0.4394 hallado en la tabla y el 0.5000 que está a la izquierda de la media. Por tanto, sumamos 0.4394 a 0.5000.

$$\boldsymbol{P(Z < 1.55) = 0.5000 + 0.4394 = 0.9394}$$



En este caso se pide ***el área a la izquierda de un valor positivo de z.***

Ejemplo 5

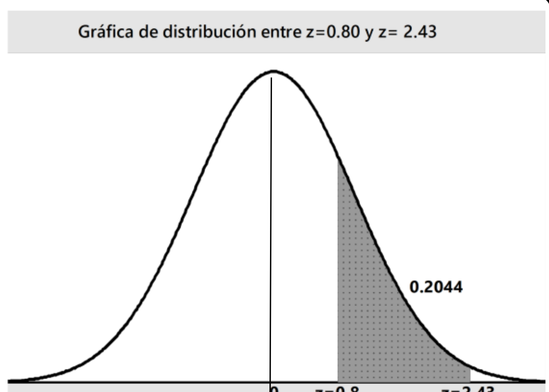
Encuentra el área entre z = 0.8 y z = 2.43

Solución.

Se encuentra por resta. El área entre z = 0 y z = 2.1 incluye toda el área entre z = 0 y z = 0.8. Por lo tanto, restamos el área entre z = 0 y z = 0.8 del área entre z = 0 y z = 2.43

Valores de la tabla **A**					
z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**…**
⋮					
0.8	**0.2881**				**…**
⋮					

Valores de la tabla **A**					
z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**…**
⋮					
2.4				**0.4925**	**…**
⋮					



En este caso para hallar el ***área entre dos valores Z del mismo signo*** se procede a realizar la siguiente operación de resta.

$$\boldsymbol{P(0 < z < 2.43) - P(0 < z < 0.80) =}$$
$$\boldsymbol{0.4925 - 0.2881 = 0.2044}$$

Distribución normal estándar

Si partimos de la expresión matemática que representa la función de densidad de probabilidad continua del inciso **a)** del recuadro de la derecha, podemos observar que es tediosa de calcular y requiere de la aplicación del cálculo integral.

Por fortuna están disponibles tablas de probabilidad normal para evitar estos cálculos complicados. El primer paso para encontrar probabilidades normales es usar la fórmula de transformación, de la ecuación para convertir cualquier variable aleatoria normal X en una variable aleatoria normal estandarizada Z. Esta se expresa en el inciso **b)** del recuadro de la derecha.

a) Función de densidad de la probabilidad normal

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(1/2)[(X-\mu)/\sigma]^2}}$$

b) Fórmula estandarizada z de la distribución normal. $\boldsymbol{z = \frac{x-\mu}{\sigma}}$

En donde:

$\boldsymbol{x}$ $= es\ el\ valor\ de\ cualquier\ observación$

$\boldsymbol{\mu}$ $= es\ la\ media\ de\ la\ observación$

$\boldsymbol{\sigma}$ $= es\ la\ desviación\ estándar$

Aplicaciones de la distribución normal estándar

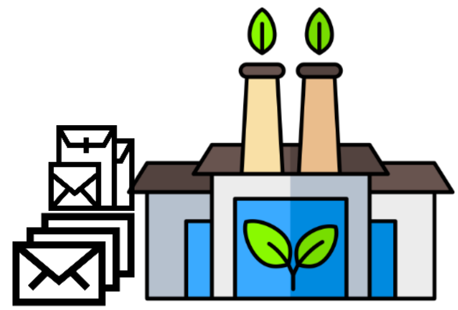
Después de haber aprendido a calcular las áreas bajo la curva. Es hora de aplicar la fórmula del inciso **b)** de la derecha. La clave es el puntaje estándar, **z.** La información asociada con una distribución normal será en términos de valores **x,** o probabilidades. Usaremos el puntaje **z** y la tabla **A,** de valores que se utilizó anteriormente, como las herramientas para “pasar entre” la información dada y la respuesta deseada. Las aplicaciones permiten el análisis de algunas situaciones como el de la imagen siguiente.

Las máquinas de rellenado modernas están diseñadas para trabajar de manera eficiente y con una alta confiabilidad. Estos mecanismos pueden llenar tubos de dentífrico con una escala de precisión de 0.1 onzas 80% de las veces. Un visitante de la planta que observa cómo los tubos ya llenos son empaquetados en una caja, pregunta: ¿Cuáles son las posibilidades de que exactamente la mitad de los tubos de una caja seleccionada al azar están llenos con una precisión de 0.1 onzas del nivel deseado? Aunque no podemos hacer una predicción exacta, las ideas sobre distribuciones de probabilidad que se analizan en el presente tema nos permiten dar una respuesta bastante exacta. ■

Fuente: (Levin & Rubin, Estadística aplicada a los negocios. 2010, pág. 178)

Ejemplo 1

Una empresa que se dedica a la fabricación de artículos de oficina y papelería, está preocupada por el medio ambiente, por lo que deciden producir en su planta de recién creación un nuevo tipo especial de ***sobres ecológicos***. La empresa sabe por experiencia, que el peso de los sobres está distribuido normalmente. Su media es igual 1.95 gramos y su desviación estándar 0.05 gramos. En un paquete que contiene 200 sobres, ¿cuántos pesan mayor a dos gramos?



Fuente: https://www.flaticon.es

Solución.

Aplicando la fórmula de la distribución normal estándar se tiene:

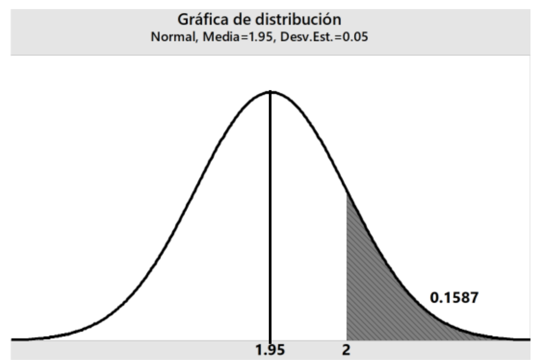
$$\boldsymbol{z = \frac{x-\mu}{\sigma}}\textbf{, Datos: } \boldsymbol{x = 2,\ \mu = 1.95,\ \sigma = 0.05}$$

Sustituyendo:

$$\boldsymbol{z = \frac{2-1.95}{0.05} = \frac{0.05}{0.05} = 1,\ P(x > 2) = P(z > 1)}$$

De tablas:

z	0.00	0.01	...
⋮			
1.0	0.3413		
⋮			



Como se solicita encontrar a la derecha de 1, se realiza la siguiente operación:

0.5000 - 0.3413 = 0.1587

Conclusión

Entonces el 15.87% de los 200 sobres es 32. Es decir, 32 sobres pesan mayor a dos gramos.

Ejemplo 2

El coeficiente intelectual (CI) es una puntuación obtenida en pruebas que permite medir la inteligencia de una persona. Los CI de 800 aspirantes a ingresar a una escuela están distribuidos aproximadamente en forma normal, con una media de 100 y una desviación estándar de 15. Si la escuela establece un coeficiente por lo menos de 85 puntos para aceptar un estudiante, tomando en cuenta este criterio, ¿cuántos estudiantes serán aceptados?

Fuente: https://www.flaticon.es

Solución.

Aplicando la fórmula de la distribución normal estándar se tiene:

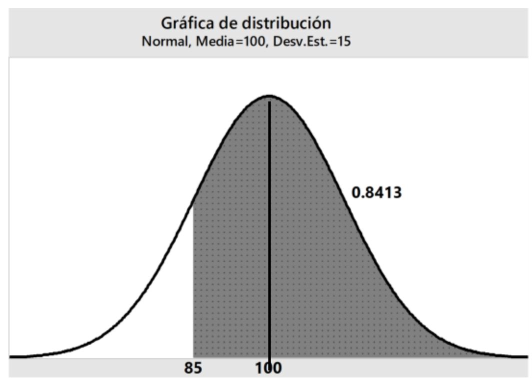
$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, **Datos:** $x = 85$, $\mu = 100$, $\sigma = 15$

Sustituyendo:

$z = \frac{85-100}{15} = -1, \; P(x > 85)$

De tablas:

z	0.00	0.01	...
⋮			
1.0	0.3413		
⋮			



El valor que se obtuvo de z=-1, en las tablas es 0.3413. El procedimiento indica una suma de 0.3413 más 0.5000, puesto que se solicitan promedios mayores a 85.

0.3413+0.5000 = 0.8413

Conclusión.

Para finalizar el valor total del área bajo la curva se multiplica por el total de alumnos, es decir, (800) *(0.8413) = 673.04, serán admitidos aproximadamente 673 alumnos.

Ejemplo 3

Una máquina despachadora de refrescos está ajustada para servir un promedio de 200 ml por vaso. Si la cantidad de refrescos es normalmente distribuida con una desviación estándar igual a 15 ml. ¿Cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 ml.

Fuente: https://www.flaticon.es

Solución.

Aplicando la fórmula de la distribución normal estándar se tiene:

$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, **Datos:** $x = 191$ y 209, $\mu = 200$, $\sigma = 15$

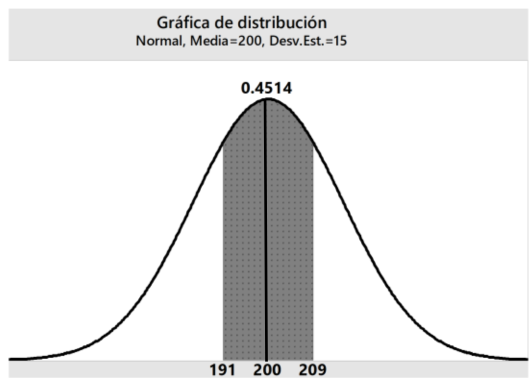
Sustituyendo:

$$z_1 = \frac{191 - 200}{15} = -0.6$$

$$z_2 = \frac{209 - 200}{15} = 0.6$$

Parte de la tabla A.

z	0.00	0.01	...
⋮			
0.60	0.2257		
⋮			



El valor que se obtuvo de z_1 y z_2, es -0.6 y 0.6, de las tablas tienen un valor de 0.2257. El procedimiento indica una suma de estos dos valores, puesto que se solicita la probabilidad entre 191 y 209.

0.2257+ 0.2257 = 0.4514

Conclusión

Se tiene una probabilidad 45.14% de que un vaso contenga entre 191 y 209 ml de refresco.

Ejemplo 4

Las piezas de pan de molde enviadas para su venta a las tiendas locales por una panificadora tienen una longitud media de 32 cm y una desviación estándar de 2 cm. Suponiendo que las longitudes están normalmente distribuidas, ¿qué porcentaje de las piezas son?

a) De entre 29.3 y 33.5 cm de longitud

Fuente: https://www.flaticon.es

Solución

Aplicando la fórmula de la distribución normal estándar se tiene:

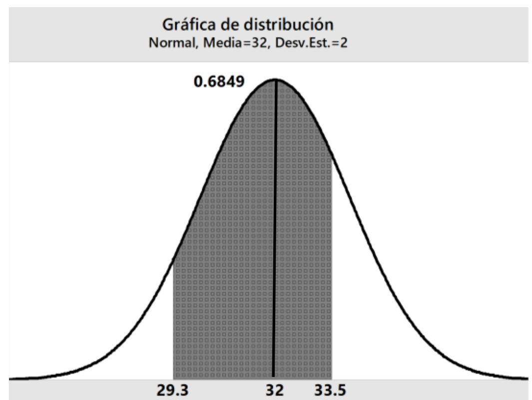
$$\boldsymbol{z = \frac{x-\mu}{\sigma}, x = 29.3 \ y \ 33.5, \mu = 32, \sigma = 2}$$

$$\boldsymbol{z_1 = \frac{29.3-32}{2} = -1.35;}$$

el valor en las tablas es: **0.4115**

$$\boldsymbol{z_2 = \frac{33.5-32}{2} = 0.75;}$$

el valor en las tablas es: **0.2734**



En este caso se solicita encontrar la probabilidad de hallar un valor negativo de "z" y uno positivo, por lo que la operación indica que se debe realizar una suma de los valores que se obtuvieron de la tabla.

0.4115 + 0.2734 = 0.6849, mismo que se representa en la gráfica de este ejercicio.

En conclusión, el porcentaje de las piezas entre 29.35 y 33.5 cm de longitud es **68.49** %

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplo de aplicación de la distribución normal https://www.youtube.com/watch?v=KC4VqYCmiUo

ACTIVIDAD 7

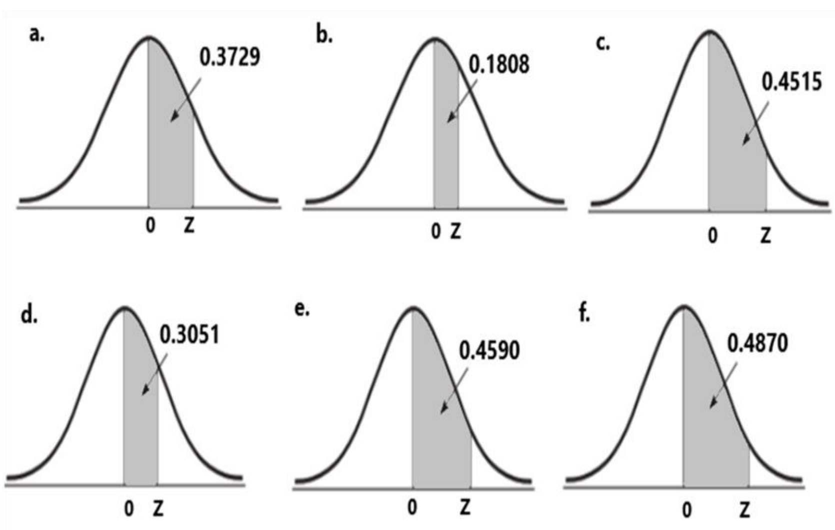
Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: ______________________________Turno: ___________Fecha: _________________

A). Instrucciones

1. Transcribe los siguientes ejercicios en tu libreta de apuntes
2. Observar cada imagen y con el uso de la tabla A de valores de z, encuentra los puntajes z.
3. Escribe tus datos en el documento y envíalo en el formato y espacio que indique el docente.

Áreas bajo la curva normal



Valores de Z

a. _______________

b. _______________

c. _______________

d. _______________

e. _______________

f. _______________

Evaluación

ATENCIÓN

Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 7

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: _________________________Turno: __________Fecha: ______________

B). Instrucciones

1. Transcribe los siguientes ejercicios en tu libreta de apuntes
2. Encuentra el área bajo la curva utilizando la tabla A de valores de Z y realiza en la parte derecha la gráfica que corresponde a cada ejercicio.
3. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios	Realiza las gráficas aquí
a) Encuentre el área bajo la curva normal estándar a la derecha de $z = 2.03$, $P(z > 2.03)$.	
b) Encuentre el área bajo la curva normal estándar entre $z = -2.46$ y $z = 1.46$. $P(-2.46 < z < 1.46)$.	
c) Encuentre el área bajo la curva normal estándar a la izquierda de $z= 1.73$ $P(< z < 1.73)$.	

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 7

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: _____________________________Turno: ___________Fecha: ________________

C). Instrucciones

1. Transcribe los siguientes ejercicios en tu libreta de apuntes
2. Encuentra el área bajo la curva utilizando la fórmula de la distribución normal estandarizada y realiza en la parte derecha la gráfica que corresponde a cada problema.
3. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

Aplicaciones de la distribución normal

Según las estadísticas de carreteras para el año 2019, la distribución de edades para conductores con licencia tiene una media de 44.5 años y una desviación estándar de 17.1 años. Suponiendo que la distribución de edades está normalmente distribuida encuentre lo siguiente:

a) El porcentaje de los conductores están entre las edades de 17 y 22

b) El porcentaje de los conductores son menores de 25 años

c) El porcentaje de los conductores son mayores de 21 años

d) El porcentaje de los conductores están entre 45 y 65 años

e) El porcentaje de los conductores son mayores de 75 años

Evaluación

ATENCIÓN
Estas actividades se evaluarán con la lista de cotejo # 7

BLOQUE 3
MODELOS PROBABILÍSTICOS

ACTIVIDAD 8

Aprendizajes esperados:

Examina los diferentes factores probabilísticos que influyen en una situación de su entorno, favoreciendo su pensamiento crítico y promoviendo la toma de decisiones.

Atributos:

5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. / **5.5** Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular más preguntas.
8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

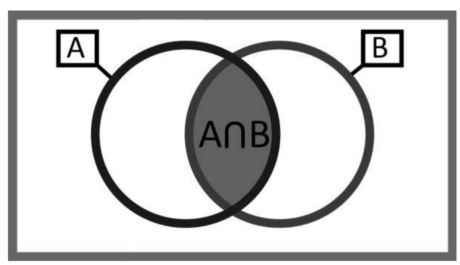
Conocimientos

3.1 Probabilidad condicional/ 3.2 Teorema de Bayes /3.3 Distribución de Poisson

3.1 Probabilidad condicional

Lectura Previa

Una probabilidad condicional es la frecuencia relativa con la cual un evento puede esperarse que ocurra, bajo la condición de que se conozca información preexistente acerca de algún otro evento. $P(B|A)$ se usa para simbolizar la probabilidad de que el evento A ocurra bajo la condición de que se sepa que el evento B ya existe. (Johnson & Kuby, 2008, pág. 223)



Algunas formas de decir o expresar la probabilidad condicional, son. $P(B|A)$:

La "probabilidad de B, dado A".

La "probabilidad de B, conociendo A".

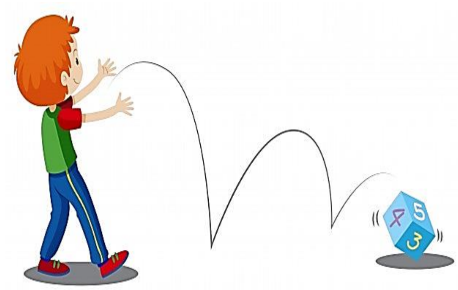
La "probabilidad de que B ocurra, sabiendo que A ya ha ocurrido."

$$P(B|A) = \frac{P(\,A\ y\ B)}{A}$$

El concepto de probabilidad condicional es en realidad muy conocido y se presenta con frecuencia sin que estemos conscientes de ello. Su fórmula está dada por el recuadro de la izquierda.

Ejemplo 1

Suponga que usted lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 5, dado que se obtuvo un número impar?



Fuente: https://es.dreamstime.com

Solución.

Sean los eventos:

A: Obtener un número impar. $P(A) = \frac{3}{6}$

B: Obtener un 5. $P(B) = \frac{1}{6}$

$P(AyB) = 1/6$

$s = \left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$

Sustitución de la fórmula

$P(B|A) = \frac{P(\,A\ y\ B)}{A}$ $\quad P(5|impar\,) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \mathbf{0.33}$

Ejemplo 2

La probabilidad de que un auto de carreras de la Fórmula 1 cambie de neumáticos en las primeras 15 vueltas es de 0.39, la probabilidad de que cargue gasolina en esas primeras 15 vueltas es de 0.64 y la probabilidad de que cambie de neumáticos y cargue gasolina en las primeras 15 vueltas es de 0.24. ¿Cuál es la probabilidad de que un auto de carreras de la Fórmula 1 cambie de neumáticos en las primeras 15 vueltas dado que ya cargó gasolina?

Fuente: https://www.flaticon.es

Solución.

P(A): Probabilidad cargue gasolina = 0.64

P(B): Probabilidad cambie de neumáticos = 0.39

(A y B) = Cambie neumáticos y cargue gasolina. P (0.24)

Sustitución de la fórmula

$$P(B|A) = \frac{P(\,A\ y\ B)}{A}$$

$$P(Cambie.N|Cargó\ G.) = \frac{0.24}{0.64} = \mathbf{0.375}$$

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos de probabilidad condicional https://www.youtube.com/watch?v=rN6IWbanhy0

ACTIVIDAD 8

Nombre del estudiante: ______________________________ Grupo: ________

Nombre del docente: ______________________ Turno: __________ Fecha: ______________

A). Instrucciones

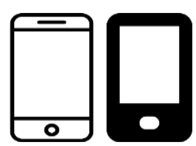
1. Resuelve correctamente los siguientes ejercicios de probabilidad condicional en tu libreta de apuntes.
2. Escribe tus datos y envía la actividad en el espacio y formato que indique el docente.

A) Ejercicios de Probabilidad condicional

1.De acuerdo con un estudio de la Secretaria de Salud de Nuevo León, se sabe que el 30% de la población de la ciudad de Monterrey fuma, el 42 % de dicha población es hipertensa y el 10% fuma y es hipertensa. ¿Cuál es la probabilidad de que un fumador regio sea hipertenso?

2.La Procuraduría Federal del Consumidor (PROFECO) realizó un estudio en el año 2014 sobre dos teléfonos celulares inteligentes con las mismas características y especificaciones, pero fabricado por diferentes compañías, una de ellas da una garantía por un año y la otra por dos años. ¿Cuál es la probabilidad de que al comprar un teléfono no tenga defectos de fábrica dado que tiene garantía de 2 años?

	Garantía un año	Garantía dos años	Total
Con defectos	385	326	711
Sin defectos	2615	1674	4289
Total	**3000**	**2000**	**5000**



3.La probabilidad de que un auto que llega a la gasolinera "Hurtado" cargue gasolina es de 0.87, la probabilidad de que ponga aceite al motor es de 0.22 y la probabilidad de que le ponga gasolina y aceite al motor es de 0.19. ¿Qué es más probable, que un auto que llega a la gasolinera le ponga aceite al motor dado que ya cargó gasolina o que cargue gasolina dado que le puso aceite al motor?

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 8

ACTIVIDAD 9

Aprendizajes esperados:

Utiliza los diferentes métodos probabilísticos para analizar las características de un evento de cualquier contexto.

Atributos:

5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. / **5.5** Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular más preguntas.

8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Conocimientos

3.1 Probabilidad condicional**/ 3.2 Teorema de Bayes** /3.3 Distribución de Poisson

3.2 Teorema de Bayes

Lectura Previa

Teorema de Bayes

El **Teorema de Bayes** enunciado por el matemático inglés Thomas Bayes (1702-1761) es un sistema de cálculo de probabilidades, pero hecho de forma inversa a cómo se calculan habitualmente.

Tiene en cuenta la información que conocemos que se ha producido en determinado entorno con determinados factores para saber cuáles de esos factores han producido esas consecuencias.

Este teorema se puede usar para simplificar la solución de problemas en los cuales se aplica la probabilidad condicional.

Fuente:https://www.biografiasyvidas.com/biografia/b/bayes.htm

Su expresión matemática está dada por:

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B|A_j)P(A_j)} \; para\ i = 1, \dots, n$$

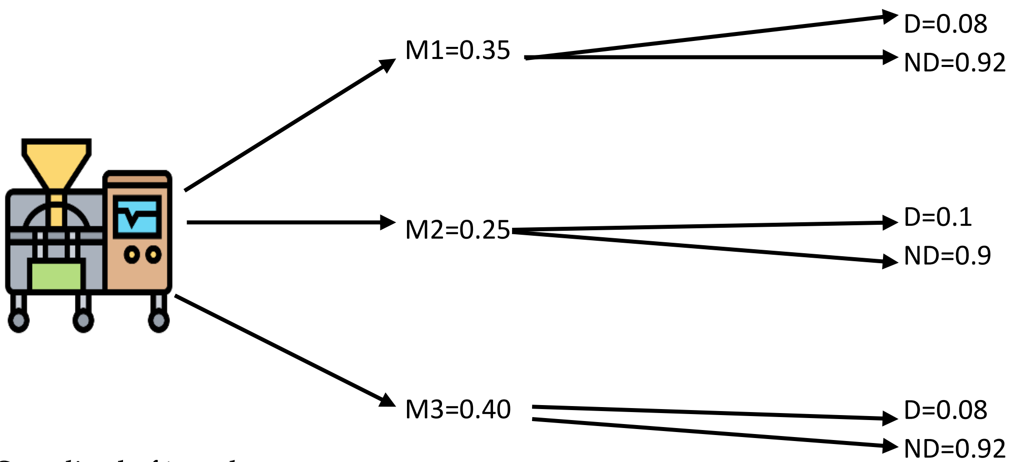
Ejemplo 1

De los artículos que se producen a diario en una fábrica, el 35% proviene de la máquina l, el 25% de la máquina 2 y el 40% de la máquina 3. El porcentaje de los artículos defectuosos de la máquina l es del 8%; el de la máquina 2 es del 10%, y el de la máquina 3, es del 8%. De la producción diaria se toma un artículo al azar y se observa que está defectuoso. ¿Calcular la probabilidad de que haya salido de la maquina l?

https://www.flaticon.es

Solución.

Producción por **Artículos defectuosos**



Se aplica la fórmula:

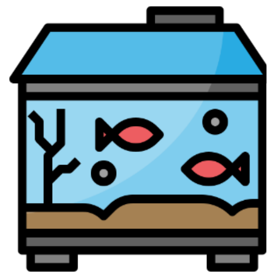
$$P(M_1|Defectuoso) = \frac{P(D|M_1)P(M_1)}{P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_2)P(M_2) + P(D|M_3)P(M_3)}$$

$$P(M_1|Defectuoso) = \frac{(0.08)(0.35)}{(0.08)(0.35) + (0.10)(0.25) + (0.08)(0.40)} = \frac{0.028}{0.085} = 0.329$$

La probabilidad de que el artículo tomado al azar de la producción haya salido de la máquina l, sabiendo que es defectuoso, es de **32.9 %.**

Ejemplo 2

En un acuario se tienen solo 2 especies de peces. El 40% de los peces son carpas comunes y el 60% son Goldfish. De la especie de las carpas comunes el 30% son machos, mientras que los de la especie Goldfish, el 40 % son hembras. Si se selecciona un pez hembra, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la especie de Goldfish?



https://www.flaticon.es

Solución.

Probabilidad especie	Probabilidad macho/hembra

Carpa = 0.40 → Macho = 0.30

Carpa = 0.40 → Hembra = 0.70

Goldfish =0.60 → Hembra = 0.40

Goldfish =0.60 → Macho = 0.60

Se aplica la fórmula:

$$P(Goldfish|Hembra) = \frac{P(Golfish|Hembra)P(Goldfish)}{P(Golfish|Hembra)P(Goldfish) + P(Carpa|Hembra)P(Carpa)}$$

$$P(Goldfish|Hembra) = \frac{(0.40)(0.60)}{(0.40)(0.60) + (0.40)(0.70)} = \frac{0.24}{0.52} = 0.461$$

La probabilidad de obtener un pez goldfish sabiendo que es hembra es de 46.1 %.

Si se desea obtener por el contrario la probabilidad de obtener una carpa sabiendo que es hembra se tiene:

$$P(Goldfish|Hembra) = \frac{P(Carpa|Hembra)P(carpa\ )}{P(Carpa|Hembra)P(Carpa) + P(Goldfish|Hembra)P(Goldfish)}$$

$$P(Goldfish|Hembra) = \frac{(0.70)(0.40)}{(0.70)(0.40) + (0.40)(0.60)} = \frac{0.28}{0.52} = 0.5384$$

La probabilidad de obtener una carpa sabiendo que es hembra es de 53.84 %.

You Tube

Si cuentas con teléfono: Visita el siguiente link, para más ejemplos del Teorema de Bayes https://www.youtube.com/watch?v=Fi6G48j0IZ4

ACTIVIDAD 9

Nombre del estudiante: ____Grupo: _________

Nombre del docente: _____________________________Turno: ____________Fecha: _________________

A). Instrucciones

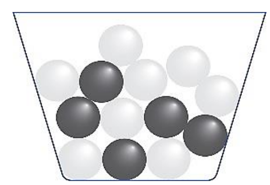
1. Resuelve correctamente los siguientes ejercicios del Teorema de Bayes en tu libreta de apuntes.
2. Envía tu actividad con tus datos en el espacio y formato que el docente indique.

A) Ejercicios del Teorema de Bayes

1.En una cierta escuela. El 60% de los alumnos son hombres y el 40% son mujeres; de los hombres el 5% reprobó física y de las mujeres el 4% reprobó física. Se selecciona un alumno al azar y resulta que reprobó física, ¿cuál es la probabilidad de que el alumno sea hombre?

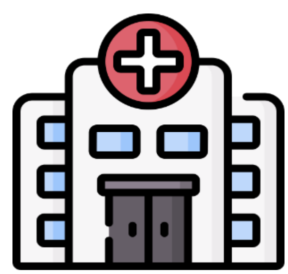
Fuente: https://www.flaticon.es

2. Una urna M contiene 3 pelotas blancas y 4 negras
Una urna N contiene 2 pelotas blancas y 3 negras
Se selecciona una pelota al azar de alguna urna y resulta ser negra; calcular la probabilidad de que la pelota haya sido extraída de la urna N.



Fuente: https://www.flaticon.es

3. El 45% de los pacientes que atiende el hospital regional de Chihuahua son niños, el 21% son adultos y el 34 % ancianos. Se sabe que el 65% de niños atendidos se debió a un descuido, el 40% de los adultos atendidos también es por descuido, así como el 25% de los ancianos atendidos. Si tomamos al azar un paciente del hospital regional ingresado por un accidente por descuido, ¿cuál es la probabilidad de que el paciente sea un niño?



Fuente: https://www.flaticon.es

Evaluación

ATENCIÓN
Esta actividad se evaluará con la lista de cotejo # 9

ACTIVIDAD 10

Aprendizajes esperados:

Aplica en la solución de problemas de su vida cotidiana los métodos de información sobre pronósticos para la toma de decisiones fundamentada.

Atributos:

5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. / **5.5** Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular más preguntas.

8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Conocimientos

3.1 Probabilidad condicional/ **3.2** Teorema de Bayes /**3.3 Distribución de Poisson**

3.3 Distribución de Poisson

Lectura Previa

Distribución de Poisson

La distribución de Poisson debe su nombre a Simeón Denis Poisson (1781-1840), un francés que desarrolló la distribución a partir de los estudios que realizó durante la última parte de su vida. La distribución de Poisson se utiliza para describir ciertos tipos de procesos, entre los que se encuentran la distribución de llamadas telefónicas que llegan a un conmutador, las solicitudes de pacientes que requieren servicio en una institución de salud, las llegadas de camiones y automóviles a una caseta de cobro, y el número de accidentes registrados en cierta intersección.

Fuente:ttps://es.wikipedia.org/wiki/Sim%C3%A9on_Denis_Poisson

Su fórmula está dada por: $\boxed{P(x) = \dfrac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}}$

Donde: μ = es el número medio por intervalo de tiempo elevada a la potencia "x".
P(x)= Probabilidad de tener exactamente x ocurrencias
e = 2.71828, base de los logaritmos neperianos elevada a la potencia negativa de mu.
X! = x factorial

La distribución de probabilidad de Poisson, tiene que ver con ciertos procesos que pueden ser descritos por una variable aleatoria discreta. Generalmente, la letra X representa a esta variable discreta y puede tomar valores enteros (0, 1, 2, 3, 4, 5, etc). Utilizamos la mayúscula X para representar a la variable aleatoria y la minúscula x para señalar un valor específico que dicha variable pueda tomar.

Algunos ejemplos más específicos son el número de pacientes que llegan al consultorio de un médico en un cierto intervalo será de 0, 1, 2, 3, 4, 5 o algún otro número entero. De manera parecida, si usted cuenta el número de automóviles que llegan a una caseta de cobro de alguna carretera durante un periodo de 10 minutos, el número será de 0, 1, 2, 3, 4,5 y así consecutivamente.

Fuente: https://www.flaticon.es/iconos-gratis/peaje

Ejemplo 1

Suponga que estamos investigando la seguridad de una peligrosa intersección. Los registros policiacos indican una media de cinco accidentes mensuales en esta intersección. El número de accidentes está distribuido de acuerdo con una distribución de Poisson, y el Departamento de Seguridad de Tránsito desea que calculemos la probabilidad de que en cualquier mes ocurran exactamente:

a) 0 accidentes
b) 3 accidentes

https://www.flaticon.es

Solución.

Se tienen los siguientes datos:

$\mu = 5$

a) **P(0) = 0**

Sustitución de la fórmula

$$P(0) = \frac{5^0 e^{-5}}{0!} = \frac{(1)(0.00674)}{1} = 0.00674$$

Por lo tanto, la probabilidad de ocurrencia de cero accidentes es: **0.67%**

P(3) = 3

Sustitución de la fórmula

$$P(3) = \frac{5^3 e^{-5}}{3!} = \frac{(125)(0.00674)}{3*2*1} = \frac{0.8425}{6} = 0.1404$$

Por lo tanto, la probabilidad de ocurrencia de tres accidentes es: **14.04%**

Ejemplo 2

https://www.flaticon.es

Se sabe que el número de fallas mensuales que tienen las cajas de velocidades de los autobuses obedece a la distribución de Poisson, con una media de 2.5 fallas al mes. ¿Cuál es la probabilidad de que no se presenten fallas durante un mes determinado?

Solución.

Se tienen los siguientes datos:

$\boldsymbol{\mu = 2.5}$

a) **P(0) = 0**

Sustitución de la fórmula

$$P(x=0)=\frac{2.5^{0}e^{-2.5}}{0!}=\frac{(1)(0.082084)}{1}=0.08208$$

Por lo tanto, la probabilidad de ocurrencia de cero accidentes es: **8.20 %**

Ejemplo 3

https://www.pegaton.com.mx/

Una empresa que se dedica a la captura de roedores, coloca trampas durante dos semanas. Cada semana al revisar sus trampas, tienen 4.5 roedores en promedio. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar?

a) Cuando mucho 3 roedores.

Solución.

Se tienen los siguientes datos:

$\mu = 4.5$

a) Cuando mucho 3 roedores**;** $\boldsymbol{P(x \leq 3)}$

La respuesta corresponde a la sumatoria de las probabilidades:

$$\boldsymbol{0.0111 + 0.0499 + 0.1124 + 0.1685 = 0.3419}$$

La probabilidad de encontrar cuando mucho tres roedores es: **34.19** %

Sustitución de la fórmula

$$P(x=0)=\frac{4.5^{0}e^{-4.5}}{0!}=\frac{(1)(0.0111)}{1}=0.0111$$

$$P(x=1)=\frac{4.5^{1}e^{-4.5}}{1!}=\frac{(4.5)(0.0111)}{1}=0.0499$$

$$P(x=2)=\frac{4.5^{2}e^{-4.5}}{2!}=\frac{(20.25)(0.0111)}{2}=0.1124$$

$$P(x=3)=\frac{4.5^{3}e^{-4.5}}{3!}=\frac{(91.125)(0.0111)}{6}=0.1685$$

ACTIVIDAD 10

Nombre del estudiante: ____Grupo: ________

Nombre del docente: ________________________Turno: __________Fecha: ______________

A). Instrucciones

1. Resuelve correctamente los siguientes ejercicios de Distribución de Poisson en tu libreta de apuntes.
2. Envía tu actividad con tus datos en el espacio y formato que el docente indique

C) Ejercicios de distribución de Poisson

1.Suponga que le interesa conocer el número de llegadas al auto cajero de un banco en las mañanas de lunes a viernes durante un periodo de 15 minutos. Un análisis de los datos históricos muestra que el número medio de automóviles que llega en un periodo de 15 minutos es 10. Encuentre la probabilidad de que lleguen exactamente cinco vehículos dentro de los 15 minutos

Fuente: https://www.flaticon.es

2.El gerente de control de calidad de ***Marilyn Cookies*** inspecciona un lote de galletas con chispas de chocolate que se acaban de preparar. Si el proceso de producción está bajo control, la media de chispas de chocolate por galleta es de 6.0. ¿Cuál es la probabilidad de que en cualquier galleta inspeccionada

a. Se encuentren exactamente cinco chispas

b. Se encuentren cinco o más chispas

c. Se encuentren cuatro o cinco chispas

Fuente: https://www.flaticon.es

Evaluación

ATENCIÓN

Estas actividades se evaluarán con la lista de cotejo # 10

INSTRUMENTOS PARA EVALUACIÓN

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO
BLOQUE 1 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 1.1 CONCEPTOS Y ELEMENTOS DE LA PROBABILIDAD

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** _________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: ______________________________**CAL:** _________**GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 1

ACTIVIDAD 1 INCISO A) Y B)
TEMA 1.1 BLOQUE 1

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO Si	CUMPLIMIENTO NO	PUNTOS	OBSERVACIONES
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			10	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	Identificó y relacionó correctamente los conceptos del inciso A.			20	
5	Resolvió correctamente los ejercicios del inciso B.			20	
6	Realizó el planteamiento y procedimiento de los ejercicios del inciso B.			15	
7	Representó los resultados en forma de porcentaje y/o decimal.			15	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO
BLOQUE 1 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 1.2 CONJUNTOS

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** _________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 2

ACTIVIDAD 2 INCISO A) Y B)
TEMA 1.2 BLOQUE 1

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			10	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	Resolvió correctamente los ejercicios del inciso A, y remarcó sus respuestas			30	
5	Relacionó correctamente los diagramas del inciso B.			20	
6	Realizó el planteamiento y diagramas de Venn de los ejercicios del inciso A.			20	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO
PARCIAL 1 BLOQUE 1 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 1.3 TÉCNICAS DE CONTEO

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** ________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** _____________

LISTA DE COTEJO No. 3

ACTIVIDAD 2 INCISO A) Y B)
TEMA 1.3 BLOQUE 1

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO Si	NO	PUNTOS	OBSERVACIONES
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			5	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			5	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			5	
4	Resolvió correctamente el ejercicio de permutación.			20	
5	Relacionó correctamente los ejercicios de factoriales inciso b).			15	
6	Resolvió correctamente los incisos 1 y 2, del ejercicio de combinaciones inciso c.			20	
7	Realizó correctamente los ejercicios del principio multiplicativo y aditivo que corresponden al inciso d y e.			20	
8	El alumno remarcó cada una de las respuestas de los ejercicios resueltos.			5	
9	Realizó el procedimiento y planteamiento de las fórmulas de cada uno de las técnicas de conteo.			5	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO
BLOQUE 1 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 1.4 EVENTOS

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** _________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 4

ACTIVIDAD 4
TEMA 1.4 BLOQUE 1

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO Si	NO	PUNTOS	OBSERVACIONES
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			5	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			5	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			5	
4	Resolvió correctamente los ejercicios de eventos mutuamente excluyentes y no excluyentes			30	
5	Resolvió correctamente los ejercicios de eventos dependientes e independientes.			30	
6	El alumno remarcó cada una de las respuestas de los ejercicios resueltos.			10	
7	Realizó el procedimiento y planteamiento de las fórmulas de cada uno de las técnicas de conteo.			15	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO # 5
BLOQUE 2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD
TEMA 2.1 DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** ________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** _____________

LISTA DE COTEJO No. 5

ACTIVIDAD 5 INCISO A) Y B)
TEMA 2.1 BLOQUE 2

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			5	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	Clasificó o identificó correctamente los ejercicios del inciso A de acuerdo a cada tipo de variables.			25	
5	Realizó la sumatoria y colocó los resultados en la parte final de cada tabla del inciso B.			25	
6	Contestó y fundamentó correctamente las tablas de acuerdo a las características de distribución de probabilidades del inciso B.			25	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO
BLOQUE 2 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II **TEMA**
2.2 CÁLCULO DE PROBABILIDADES BINOMIALES

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** _________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 6

ACTIVIDAD 6 - INCISO A-B y C
TEMA 2.2 BLOQUE 2

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			5	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			5	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			5	
4	Resolvió correctamente el ejercicio 1 empleando la fórmula de valor esperado.			20	
5	Resolvió correctamente cada uno de los incisos del ejercicio 2 y efectúo el histograma de la distribución de probabilidad.			20	
6	Resolvió correctamente los incisos a y b, e implementó la fórmula de la distribución Binomial del ejercicio 3.			20	
7	Resolvió correctamente el inciso c utilizando la fórmula de la media, varianza y desviación estándar de la distribución binomial.			20	
8	Subrayó o remarcó todas sus respuestas.			5	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO NO.7
BLOQUE 2 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 2.3 DISTRIBUCIÓN NORMAL

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** _________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 7

ACTIVIDAD 7 - INCISO A-B-C
TEMA 2.3 BLOQUE 2

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			10	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente.			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	El alumno identificó y escribió correctamente los valores de z de los ejercicios del inciso A.			15	
5	El alumno encontró y graficó correctamente las áreas de los ejercicios del inciso B.			15	
6	El alumno utilizó correctamente la fórmula de desviación estándar y resolvió los ejercicios del inciso incluyendo las gráficas del inciso C.			15	
7	El alumno escribió una conclusión con base al resultado del inciso c.			15	
8	El alumno remarcó o subrayó sus respuestas finales.			10	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO NO.8
BLOQUE 3 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 3.1 PROBABILIDAD CONDICIONAL

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** _________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** _______________

LISTA DE COTEJO No. 8

ACTIVIDAD 8 - INCISO A
TEMA 3.1 BLOQUE 3

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			10	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	El alumno resolvió correctamente el ejercicio uno, utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
5	El alumno resolvió correctamente el ejercicio dos y remarcó su respuesta.			20	
6	El alumno resolvió correctamente el ejercicio tres y concluyó con base a lo que se solicitó en el ejercicio.			20	
7	Los ejercicios tienen una conclusión del resultado.			10	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO NO.9
BLOQUE 3 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 3.2 TEOREMA DE BAYES

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________ **FECHA:** ________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________ **CAL:** _________ **GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 9

ACTIVIDAD 9 - INCISO A
TEMA 3.2 BLOQUE 3

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			10	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	El alumno resolvió correctamente el ejercicio uno, utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
5	El alumno resolvió correctamente el ejercicio dos utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
6	El alumno resolvió correctamente el ejercicio tres utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
7	Los ejercicios tienen una conclusión del resultado.			10	
Calificación total					

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: LISTA DE COTEJO NO.10
BLOQUE 3 PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
TEMA 3.3 DISTRIBUCIÓN DE POISSON

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________**FECHA:** ________________________
NOMBRE DEL DOCENTE: _____________________________**CAL:** _________**GRUPO:** ______________

LISTA DE COTEJO No. 10

ACTIVIDAD 9 - INCISO A
TEMA 3.3 BLOQUE 3

No.	INDICADORES A EVALUAR	CUMPLIMIENTO		PUNTOS	OBSERVACIONES
		Si	NO		
1	Entregó en tiempo y forma la actividad.			10	
2	El documento tiene en la parte superior derecha los datos del alumno y en el formato indicado por el docente			10	
3	Tiene orden, limpieza y las imágenes son claras y legibles.			10	
4	El alumno resolvió correctamente el ejercicio uno, utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
5	El alumno resolvió correctamente el ejercicio dos utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
6	El alumno resolvió correctamente el ejercicio tres utilizando la fórmula y remarcó su respuesta.			20	
7	Los ejercicios tienen una conclusión del resultado.			10	
Calificación total					

MATERIAL SUGERIDO PARA CONSULTA

Banegas, A. L. (2012). *Probabilidad y Estadística enfoque por competencias.* México, DF: McGraw-Hill.

Sánchez, M. L., & Cortés, G. J. (2015). *Probabilidad y estadística 2.* México, D.F: Nueva Imagen.

Cuellar, J. A. (2010). *Álgebra.* México: McGraw-Hill.

Corona, O. S. (2004). *Probabilidad y Estadística.* México, D.F: McGraw-Hill.

Márquez, F. (2016, February 15). *Distribución de Poisson*. FÍSICAYMATES. https://fisicaymates.com/distribucion-de-poisson/

Jorge. (2018, November 14). *Regla de la suma o adición de probabilidades*. MateMovil; Matemóvil. https://matemovil.com/regla-de-la-suma-o-adicion-de-probabilidades/

Jorge. (2018, November 26). *Regla de la multiplicación o producto de probabilidades*. MateMovil; Matemóvil. https://matemovil.com/regla-de-la-multiplicacion-o-producto-de-probabilidades/

Jesús, V. (2021, February 20). *Principio aditivo: en qué consiste y ejemplos*. Lifeder. https://www.lifeder.com/principio-aditivo/

BIBLIOGRAFÍA

Anderson, D. R., Sweeney, D. J., & Williams, T. A. (2012). *Estadística para negocios y economía.* México, D.F: CENGAGE LEARNING.

Banegas, A. L. (2012). *Probabilidad y Estadística enfoque por competencias.* México, DF: McGraw-Hill.

Black, K. (2011). *Estadística en los negocios.* México, D.F: Patria.

Canavos, G. C. (1988). *Probabilidad y Estadística, aplicaciones y métodos.* México, D.F: McGraw-Hill.

Contreras L. Martínez M, L. O. (2018). *Cálculo Diferencial e integral* (Primera ed.). México: Santillana.

Corona, O. S. (2004). *Probabilidad y Estadística.* México, D.F: McGraw-Hill.

Cuellar, J. A. (2010). *Álgebra.* México: McGraw-Hill.

Gutierrez, R. M., & Pérez, B. A. (2015). *Matemáticas IV* (Primera ed.). México: Umbral.

Hinojosa, A. M. (2014). *Matemáticas IV* (Tercera ed.). México: Santillana.

Johnson, R., & Kuby, P. (2008). *Estadística Elemental.* México, D.F: Cengage Learning.

Levin, R. I., & Rubin, D. S. (2010). *Estadística para administración y economía.* México: Prentice Hall.

Levine, D. M., Krehbiel, T. C., & Berenson, M. L. (2006). *Estadística para administración.* México D.F: Perason Prentice Hall.

Lind, D. A., Marchal, W. G., & Whaten, S. A. (2008). *Estadística aplicada a los negocios y economía.* México, D.F: Mc Graw Hill.

Marqués, F. (2010). *Estadística descriptiva a través de Excel.* México, Df: Alfaomega.

Rios, A. H. (2018). *Matemáticas IV* (Primera ed.). Colima, México: Conexión.

Ruiz, E., & Ruiz, E. (2007). *Probabilidad y Estadística.* México, D.f: McGraw-Hill.

Sánchez, M. L., & Cortés, G. J. (2015). *Probabilidad y estadística 2.* México, D.F: Nueva Imagen.

Sevilla, J., Fiol, M., & Sauvegrain, R. (1989). *Tópicos de matemáticas para administración y economía.* México: Trillas.

Triola, M. F. (2004). *Estadística.* México: Pearson.

Vázquez, L. M. (2017). *Probabilidad y Estadística.* BookMart.